Considerații privind eficiența adăugării unei noi variabile explicative într-un model de regresie liniară

Florin-Marius Pavelescu[1]

Rezumat

În cuprinsul prezentei lucrări sunt examinate valențele indicatorului "coeficientul de determinare standardizat", propus de autor, pentru cuantificarea eficienței utilizării variabilelor explicative şi a ierarhizării condițiilor care trebuie îndeplinite în cazul unor teste statistice prin care se cuantifică de regulă eficiența adăugării unei noi variabile explicative în cadrul unui model de regresie liniară. De asemenea, este scos în evidență rolul valorilor calculate ale testului Fisher ca premisă pentru ca adăugarea unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară să fie eficientă.

Cuvinte–cheie: coeficient de determinare standardizat, creştere normalizată a coeficientului de determinare, testul Fisher, coeficient de determinare ajustat, criteriul informațional Akaike, criteriul informațional Schwarz, ierarhizarea criteriilor de determinare a adăugării unei noui variabile explicative în ecuația de regresie liniară.

Clasificare JEL: C01. C11, C13, C51, C52

Adăugarea unor noi variabile explicative în cadrul unui model de regresie liniară este făcută cu scopul sporirii gradului de cunoaştere al comportamentului variabilei explicative. O consecință a adăugării unei noi variabile explicative în modelul de regresie este sporirea valorii coeficientului de determinare. Unul dintre neajunsurile coeficientului de determinare este caracterul său cumulativ. Drept urmare, orice adăugare a unei noi variabile explicative apare prin prisma respectivului indicator ca aducând îmbunătățiri modelului de regresie liniară. În consecință, au fost construite noi teste statistice prin intermediul cărora se încearcă rafinarea metodologiei de cuantificare a eficienței adăugării unei nou variabile explicative în modelul de regresie liniară.

1. Definiția şi valențele cognitive ale coeficientului de determinare standardizat

O modalitate de eliminare a caracterului cumulativ al coeficientului de determinare este utilizarea formei standardizate a respectivului indicator ($R^2{}_{nst}$), definită ca raport între

---

[1] Institutul de Economie Națională

valoarea coeficientului de determinare al regresiei liniare avute în vedere (R^2_n) şi numărul variabile explicative (n). În acest fel, se elimină caracterul cumulativ al coeficientului de determinare în forma sa clasică (F.M. Pavelescu, 2004).
Având în vedere formula de calcul a coeficientului de determinare (F.M. Pavelescu, 2003), respectiv

$$R_n^2 = \sum_{k=1}^{n} R^2(y; x_k) * T_{nk} \qquad (1),$$

unde:

$R^2(y;x_k)$= pătrarul coeficientului de corelaţie dintre variabila rezultativă y şi variabila explicativă x_k

T_{nk}= coeficientul de aliniere al hazardul colinearităţii aferent variabilei explicative x_k, formula de calcul a coeficientului de determinare standardizat pentru o regresie cu n variabile explicative se paote scrie:

$$R_{st}^2 = R^2(y; x_k)_{med} * (T_{nk})_{medpond} \qquad (2),$$

unde:

$R^2(y, x_k)_{med}$ = media aritmetică simplă a pătratelor coeficienţilor de corelaţie dintre variabila rezultativă şi variabila explicativă x_k

$(T_{nk})_{medpond}$ = media aritmetică ponderată a coeficienţilor de aliniere la hazardul colinearităţii.

Menţinerea valorii coeficientului de determinare standardizat înregistrată în cazul regresiei liniare cu (n+1) variabile explicative în raport cu valoarea respectivului indicator înregistrată în contextul regresiei liniare cu n variabile explicative implică respectarea condiţiei:

$$R_{n+1}^2 - R_n^2 = R_{st}^2 \qquad (3)$$

Drept urmare, valoarea coeficientului de determinare standardizat poate fi considerată **normă de creştere a coeficientului de determinare** ca rezultat al adăugării unei noi variabile explicative într-un model de regresie liniară.
Pe această bază, se poate **defini valoarea normalizată a creşterii coeficientului de determinare al unei regresii liniare ca urmare a adăugării unei noi variabile explicative (ΔR^2_{norm}),** respectiv:

$$\Delta R_{norm}^2 = \frac{R_{n+1}^2 - R_n^2}{R_{st}^2} \qquad (4),$$

echivalent cu $\Delta R_{norm}^2 = n * \dfrac{R_{n+1}^2 - R_n^2}{R_n^2}$ (5)

Principalul avantaj al definirii indicatorului menţionat anterior (ΔR^2_{norm}) este acela că oferă posibilitatea cuantificării eficienţei introducerii celei de a n+1-a variabile explicative prin raportare la un indicator care nu are caracter cumulativ şi care reflectă gradul mediu de explicare a comportamentului variabilei rezultative de către fiecare dintre primele n variabile explicative şi a impactului colinearităţii dintre respectivele variabile explicative. De asemenea, se permite o apreciere sporului de cunoaştere al comportamentului variabilei rezultative ca urmare a adăugării unei noi variabile explicative, nu doar prin simpla înregistrare a modificării coeficientului de determinare, ci şi prin luarea în considerare a numărului iniţial de variabile explicative.

2. Valoarea normalizată a creşterii valorii coeficientului de determinare şi îndeplinirea condițiilor unor teste statistice referitoare la adăugarea eficientă a unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară

Valoarea normalizată a creşterii valorii coeficientului de determinare se poate constitui ca unul dintre factorii explicativi ai îndeplinirii condițiilor necesare pentru ca adăugarea unei noi variabile explicative în cadrul unui model de regresie lineară să fie considerată ca fiind eficientă în cazul unor teste statistice precum: coeficientul de determinare ajustat(R^2_{naj}), criteriul informațional Akaike (AIC), criteriul informațional Schwarz (SIC).

2.1 Eficiența adăugării unei noi variabile explicative în contextul utilizării coeficientului de determinare ajustat

În contextul utilizării coeficientului de determinare ajustat (R^2_{naj}), adăugarea unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară se consideră ca fiind eficientă dacă valoarea respectivului indicator se majorează ca rezultat al măririi numărului de variabile explicative. Cu alte cuvinte, luarea în considerare a unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară este eficientă dacă: (R^2_{n+1aj}- R^2_{naj})>0 (6)

Deoarece $R^2_{naj} = 1 - \frac{(m-1)}{(m-n-1)} * (1 - R^2_n)$ (7),

unde m= numărul de observații, iar n= numărul de variabile explicative,
rezultă că adăugarea unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară este eficientă în sensul coeficientului de determinare ajustat dacă:

$$\Delta R^2_{norm} * F_{m,n} > \frac{n}{m}, \quad (8)$$

unde: $F_{m,n}$= valoarea calculată a testului Fisher aferentă unei regresii cu m observații şi n variabile explicative.
Se observă că în cazul utilizării coeficientului de determinare ajustat, condiția care este trebuie îndeplinită pentru ca adăugarea unei noi variabile explicative se relaxează pe măsură ce numărul de observații se măreşte şi se întăreşte pe măsură ce numărul de variabile este mai mare. Este de remarcat valoarea subunitară a raportului $\frac{n}{m}$. Acest fapt face posibil ca adăugarea unei noi variabile explicative să fie considerată ca fiind eficientă, chiar şi în condițiile existenței unor valori calculate relativ reduse ale testului Fisher.

2.2. Eficiența adăugării unei noi variabile explicative în contextul utilizării criteriului informațional Akaike

Criteriul informațional Akaike pentru un model de regresie liniară cu n variabile explicative (AIC_n) poate fi scris (D.Jula, 2003) sub forma:

$$AIC_n = D^2(y) * (1 - R^2_n) * e^{\frac{2(n+1)}{m}} \quad (9),$$

unde: $D^2(y)$ = dispersia valorilor observate ale variabilei rezultative, iar e=2,71
Adăugarea unei noi variabile explicative este considerată eficientă dacă respectiva operațiune determină o reducere a valorii criteriului informațional menționat anterior, cu alte cuvinte dacă

$$AIC_{n+1} < AIC_n \qquad (10).$$

Prin efectuarea unor transformări ale formulelor de calcul se obține că îndeplinirea condiției (10) este echivalentă cu:

$$\Delta R^2_{norm} * F_{m,n} > \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1 - e^{\frac{-2}{m}}) \qquad (11).$$

Se observă că pe măsură ce numărul de observații se mărește, are loc o întărire a restricției care definește adăugarea eficientă a unei noi variabile explicative. De asemenea, sporirea numărului de variabile explicative are ca efect o relaxare a restricției menționate anterior.

Aplicarea regulii lui L'Hopital pentru cazul în care numărul de observații este foarte mare conduce la concluzia că restricția cea mai puternică necesar a fi îndeplinită pentru ca adăugarea unei noi variable explicative să fie eficientă din punctul de vedere al criteriului informațional Akaike este:

$$\Delta R^2_{norm} * F_{m,n} > 2 \qquad (12).$$

2.3. Eficiența adăugării unei noi variabile explicative în contextul utilizării criteriului informațional Schwarz

Criteriul informațional Schwarz pentru un model de regresie cu n variabile explicative (SIC_n) poate fi scris (D.Jula, 2003), sub forma:

$$SIC_n = D^2(y) * (1 - R^2_n) * m^{\frac{n}{m}} \qquad (13),$$

La fel ca şi în cazul criteriului informațional Akaike, adăugarea unei noi variabile explicative este considerată eficientă, din perspectiva criteriului Schwarz, dacă apare o reducere a valorii criteriului informațional avut în vedere, cu alte cuvinte dacă

$SIC_{n+1} < SIC_n$ (14), ceea ce este echivalent cu:

$$\Delta R^2_{norm} * F_{m,n} > \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1 - m^{\frac{-1}{m}}) \qquad (15).$$

La fel ca şi în cazul criteriului informațional Akaike, din punctul de vedere al criteriului informațional Schwarz, pe măsură ce numărul de observații crește, are loc o întărire a restricției care definește adăugarea eficientă a unei noi variabile explicative. Aplicarea regulii lui L'Hopital pentru cazul în care numărul de observații este foarte mare, conduce la concluzia că pentru ca adăugarea unei noi variable explicative să fie eficientă din punctul de vedere al criteriului Schwarz, trebuie îndeplinită condiția:

$$\Delta R^2_{norm} * F_{m,n} > \ln m \qquad (16).$$

Este important de notat că restricția impusă produsului $\Delta R^2_{norm} * F_{m,n}$, nu are o limită maximă, ceea ce face ca din perspectiva respectivului criteriu adăugarea unei noi variabile în cadrul unui model de regresie liniară să fie eficientă numai dacă există un grad mic de colinearitate între variabilele explicative. Dar colinearitatea crește pe măsură ce numărul de variabile explicative se majorează. Drept urmare, criteriul informațional Schwarz se dovedește foarte restrictiv în ceea ce privește includerea în modelul de regresie liniară a unui număr ridicat de variabile explicative.

3. Concluzii. Ierarhizarea testelor statistice şi partajarea contribuției factorilor la adăugarea eficientă a unei noi variabile explicative în cadrul unui model de regresie liniară

Din cele expuse anterior reiese, faptul că între testele statistice care sunt cel mai adesea utilizate pentru testarea eficienței adăugării unei noi variabile explicative (coeficientul de determinare ajustat, criteriul informațional Akaike, criteriul informațional Schwarz) se poate stabili o ierarhie din punctul de vedere al restricțiilor care trebuie îndeplinite. Cea mai laxă restricție este în cazul coeficientului de determinare ajustat, iar cea mai puternică restricție apare în cazul criteriului informațional Schwarz. În cadrul ierarhiei restricțiiilor care trebuie depăşite, pentru a considera eficientă adăugarea unei noi variabile explicative, criteriul informațional Akaike ocupă o poziție intermediară.
Astfel, se pot identifica patru cazuri în care se află produsul $\mathbf{\Delta R^2_{norm} * F_{m,n}}$ în raport cu valorile critice care definesc respectarea cerințelor indicatorilor avuți în vedere în această lucrare pentru definirea eficienței adăugării unei noi variabile explicative, respectiv:

a) $\mathbf{\Delta R^2_{norm} * F_{m,n}}$. $< (n/m) < \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-e^{-\frac{2}{m}}) < \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-m^{-\frac{1}{m}})$.

În acest caz, adăugarea variabilei explicative este eficientă din punctul de vedere al coeficientului de determinare şi ineficientă din punctul de vedere al coeficientului de determinare ajustat, al criteriului informațional Akaike şi al criteriului informațional Schwarz.

b) $(n/m) <$ $\mathbf{\Delta R^2_{norm} * F_{m,n}}$. $< \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-e^{-\frac{2}{m}}) < \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-m^{-\frac{1}{m}})$.

În acest caz, adăugarea variabilei explicative este eficientă din punctul de vedere al coeficientului de determinare şi al coeficientului de determinare ajustat şi ineficientă din punctul de vedere al criteriului informațional Akaike şi al criteriului informațional Schwarz.

c) $(n/m) < \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-e^{-\frac{2}{m}}) <$ $\mathbf{\Delta R^2_{norm} * F_{m,n}}$. $< \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-m^{-\frac{1}{m}})$.

În acest caz, adăugarea variabilei explicative este eficientă din punctul de vedere al coeficientului de determinare, al coeficientului de determinare ajustat şi ineficientă din punctul de vedere al criteriului informațional Akaike şi al criteriului informațional Schwarz.

d) $(n/m) < \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-e^{-\frac{2}{m}}) < \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-m^{-\frac{1}{m}}) <$ $\mathbf{\Delta R^2_{norm} * F_{m,n}}$.

În acest caz, adăugarea variabilei explicative este eficientă din punctul de vedere al tuturor indicatorilor avuți în vedere respectiv coeficientului de determinare, coeficientul de determinare ajustat, criteriul informațional Akaike şi criteriul informațional Schwarz.

Eficiența introducerii unei noi variabile explicative în cadrul unui model de regresie liniară este condiționată în principal de doi factori şi anume: a) valorile calculate ale testului Fisher pentru regresia liniară cu numărul inițial de variabile explicative şi b) creşterea normalizată a coeficientului de determinare ca urmare a adăugării unei noi variabile în cadrul modelului de regresie liniară.

Se poate aprecia că testul Fisher reprezintă o premisă pentru asigurarea eficienței adăugării unei noi variabile explicative în cadrul modelului de regresie liniară[2]. Din acest motiv, propunem ca să se efectueze o comparație între valoarea calculată a testului Fisher în condițiile numărului inițial de variabile explicative şi valorile critice care trebuie depăşite în cazul celor trei teste prin care se evaluează eficiența adăugării unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară. Pe această bază, se poate stabili dacă adăugarea unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară este potențial eficientă din punctul de vedere al coeficientului de determinare ajustat, criteriului informațional Akaike sau criteriului informațional Schwarz.
Creşterea normalizată a coeficientului de determinare apare ca fiind factorul care în ultimă instanță stabileşte nivelul eficienței adăugării unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară şi încadrarea într-o anumită clasă de indicatori. De cele mai multe ori, valoarea respectivului indicator este subunitară, datorită în principal coliniarității dintre variabilele explicative. În consecință, valori foarte mici ale creşterii normalizate a coeficientului de determinare au ca efect încadrarea într-o clasă inferioară de indicatori care cuantifică eficiența adăugării unei noi variabile explicative în cadrul modelului de regresie liniară în raport cu cea sugerată de valoarea calculată a testului Fisher.
Este de notat că toate considerațiile făcute asupra eficienței adăugării unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară sunt valabile numai în cazul în care toate valorile testului Student corectat sunt pozitive (F. M. Pavelescu, 2009 a)[3].

4. Un exemplu numeric.

Pentru ilustrarea posibilităților practice de aplicare a modelului de analiză a eficienței introducerii unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară prezentat anterior, vom apela la rezultatele estimării modelului Feldstein-Horioka cu mecanismul

---

[2] Faptul că valorile calculate ale testului Fisher condiționează într-o măsură importantă eficiența adăugării unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară subliniază încă o dată rolul central jucat de acest test statistic în aprecierea rezultatelor obținute în cazul regresiilor liniare. Ne referim la faptul că testul Fisher este utilizat pentru validarea modelelor de regresie liniară, precum şi la faptul că între testul Fisher şi testul Student, utilizat pentru validarea valorilor estimate pentru fiecare parametru al unei regresii liniare există o puternică interdependență (F.M. Pavelescu, 2009 a).

[3] În (F.M.Pavelescu, 2009 a) se propune o formulă de corectare a testului Student astfel încât să se evidențieze semnul coeficienților de aliniere la hazardul colinearității. Între valorile calculate ale testului Student "clasic" (t_{bnk}) şi testului Student "corectat" (CST_{bnk}) există următorea relație: $CST_{bnk} = t_{bnk} * \frac{/R(x_k;y)/}{R(x_k;y)}$. Apariția unor valori negative ale testului Student corectat relevă faptul că nivelul colinearității în modelul de regresie liniară estimat depăşeşte un nivel critic, care conduce la apariția unor "iluzii statistice", respectiv valori estimate ale parametrilor care au semn contrar celui al coeficienților de corelație dintre variabila rezultativă şi variabilele explicative aferente, datorită unor coficienți de aliniere la hazardul colinearității negativi.

de corectare a erorii pentru România în perioada 1990-2005, prezentat în (F:M:Pavelescu, 2009b). Respectivul model econometric este de forma:

$$(I/Y)_t = a + b*(S/Y)_t + c*(I/Y)_{t-1} + d*(S/Y)_{t-1},$$

unde:

$(I/Y)_{t-1}$, $(I/Y)_t$ = ponderea investițiilor (formarea brută a capitalului) în produsul intern brut în anul t-1 şi respectiv t.

$(S/Y)_{t-1}$, $(S/Y)_{t}$= ponderea economisirilor convenționale în produsul intern brut în anul t-1 şi respectiv t.

Dacă variabilele explicative sunt introduse în modelul de regresie liniară în ordinea: a) $(I/Y)_{t-}$, b) $(S/Y)_t$, c) $(S/Y)_{t-1}$, se obțin următoarele rezultate:

Ecuația de regresie liniară 1 (cu o variabilă explicativă):

$(I/Y)_t$= 5,8617+0,7549*$(I/Y)_{t-1}$
(1,3675) (4,2331)

Ecuația de regresie liniară 2 (cu două variabile explicative):

$(I/Y)_t$= 6,0557+0,4927*$(I/Y)_{t-1}$+0,3056*$(S/Y)_t$
(1,4455) (1,8592) (1,3127)

Ecuația de regresie liniară 3 (cu trei variabile explicative):

$(I/Y)_t$= 6,4353+0,6550*$(I/Y)_{t-1}$+0,6597*$(S/Y)_t$ –0,5683**$(S/Y)_{t-1}$
(1,7803) (2,7506) (2,6551) (-2,4166)

N.B. În paranteze sunt prezentate valorile calculate ale testului Student corectat.

În tabelul nr. 1 sunt prezentate valorile calculate pentru următoarele teste statistice aferente fiecărei ecuații:

1) coeficientul de determinare (R^2_n),;
2) coeficientul de determinare standardizat (R^2_{nst});
3) coeficientul de determinare ajustat (R^2_{naj});
4) testul Fisher ($F_{m;n}$); ;
5) criteriul informațional Akaike; (AIC_n)
6) criteriul informațional Schwarz (SCH_n)

Tabelul nr. 1

Valorile calculate ale unor teste statistice pentru ecuații de regresie posibile într-un model Felstein-Horioka

Testul (indicatorul) statistic	Ecuația 1	Ecuația 2	Ecuația 3
R^2_n	0,5443	0,5943	0,7200
R^2_{nst}	0,5443	0,2972	0,2400
R^2_{naj}	0,5193	0,5363	0,6554
$F_{m;n}$	15,5275	8,7893	9,4286
n/m	0,0588	0,1176	0,1765
AIC_n	2,2136	2,2150	1,9337
SCH_n	2,3256	2,4459	1,9924

Compararea valorii testelor statistice prezentate în tabelul nr.1, relevă în cazul celor trei ecuații de regresie o scădere a valorii coeficientului de determinare standardizat de la 0,5443 în ecuația cu o variabilă explicativă la 0,2400 în ecuația cu trei variabile explicative.

Se observă că adăugarea unei noi variabile explicative **în ecuația de regresie lineară cu o singură variabilă explicativă (ecuația 1)** este eficientă doar din punctul de vedere al coeficientului de determinare ajustat.
În cazul ecuației cu două variabile explicative (ecuația 2) adăugarea unei variabile explicative suplimentare satisface cerințele de eficiență ale criteriului informațional Schwarz.
Dacă se au în vedere valorile creşterii normalizate coeficientului de determinare **(ΔR^2_{norm})**, valorile calculate ale testului Fisher, numărul de observații (m) precum şi raportul dintre numărul de variabile explicative şi numărul de observații (n/m) se poate explica faptul că adăugarea unei noi variabile explicative este eficientă doar în sensul coeficientului de determinare ajustat în cazul ecuației 1 şi în sensul criteriului informațional Schwarz în cazul ecuației 2 (tabelul nr.2).

Tabelul nr.2

Factorii modelatori ai eficienței adăugării unei noi variabile explicative în ecuațiile de regresie ale modelului Feldstein-Horioka

Indicatori	Ecuația 2 vs. Ecuația 1	Ecuația 3 vs. Ecuația 2
M	17	17
ΔR^2_{norm}	0,0918	0,4230
$F_{m,n}$	15,5275	8,7893
$\Delta R^2_{norm} * F_{m,n}$	1.4264	3.7180
n/m	0,0588	0,1176
$\frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-e^{-\frac{2}{m}})$	1,6601	1,5494
$\frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-m^{-\frac{1}{m}})$	2,3027	2,1491

Astfel, în cazul Ecuația 2 vs. Ecuația 1 se observă că:

$$(n/m) < \mathbf{\Delta R^2_{norm} * F_{m,n}} < \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-e^{-\frac{2}{m}}) < \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-m^{-\frac{1}{m}}) .$$

Este de notat că valoarea calculată a testului Fisher permite îndeplinirea condițiilor de adăugare eficientă a unei noi variabile explicative în modelul de regresie liniară din punctul de vedere al criteriului informațional Schwarz. Faptul că nu se realizează o adăugare eficientă a unei noi variabile explicative decât din punctul de vedere al coeficientului de determinare ajustat se datorează valorii scăzute a creşterii normalizate a coeficientului de determinare (0,0918). De asemenea, se observă că valorile calculate ale testului Student corectat sunt pozitive, fapt ce permite validarea integrală a concluziei că adăugarea celei de a doua variabile explicative în mosdelul de regresie liniară este eficientă in punctul de vedere al indicatorului menționat anterior.
Pentru Ecuația 3 vs. Ecuația 2 se stabileşte următoarea relație:

$$(n/m) < \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-e^{-\frac{2}{m}}) < \frac{(m-n-1)}{m} * m * (1-m^{-\frac{1}{m}}) < \mathbf{\Delta R^2_{norm} * F_{m,n}}.$$

Drept urmare, adăugarea celei de a treia variabile explicative în modelul de regresie liniară apare ca fiind eficientă din punctul de vedere al criteriului informațional Schwarz şi implicit al coeficientului de determinare ajustat şi al criteriului informațional Akaike. Dar analiza valorilor testului Student corectat relevă existență unui semn negativ în cazul variabilei explicative nou-introduse. Drept urmare, regresia liniară în noua sa formă nu poate fi validată, ceea ce implicit conduce la concluzia că adăugarea celei de-a treia variabile explicative în modelul economnetric avut în vedere nu poate fi considerată ca fiind eficientă.

Referințe bibliografice

1. H.Akaike, (1974), "A new look at the statistical model identification", *IEEE Transactions on Automatic Control,* 19(6).

2. W.Greene, (1993), "Econometric analysis", New York: Mac Milan Publishing Company.

3. D. Jula, (2003), "Introducere în econometrie", Bucureşti: Editura Professional Consulting.

4. Florin-Marius Pavelescu, (2003), "Proprietăți ale coeficientului de determinație", *Revista Română de Statistică, nr. 4.*

5. Florin-Marius Pavelescu, (2004), "O reinterpretare a metodologiei standard de estimare a parametrilor modelului de regresie liniară", *Caiet de Studii nr.4/2004 al Seminarului de Modelare Macroeconomică, Available at:* http://econpapers.repec.org/paper/rjrwpmems/.

6. Florin-Marius Pavelescu, (*2009), "*A review of Student Test properties in condition of multifactorial linear regression", *Romanian Journal of Economic Forecast,* 10(1): 63-75.

7. Florin-Marius Pavelescu, (2009), "Savings-investments in an open economy", Romanian Economic Journal, nr. 2.

8. E. Pecican, (1996), "Macroeconometrie. Politici economice guvernamentale şi econometrie", Bucureşti: Editura Economică.

9. G. E. Schwarz, (1978), "Estimating the dimension of a model", *Annals of Statistics,* 6(2).