

# Factorii determinanți ai valorii testului Student aplicat unei regresii liniare. O necesară corecție a metodologiei de calcul standard\*

(n.r. Articol propus pentru comentarii)

Dr. Florin-Marius Pavelescu\*\*

## Rezumat

În comunicare, pornindu-se de la serie de contribuții anterioare ale autorului referitoare la impactul multicolinearității asupra mărimilor estimate ale parametrilor unei regresii liniare multifactoriale se propune o corecție a formulei standard de calcul a testului Student cu scopul de a crește relevanța respectivului test și de a se detecta apariția „iluziilor statistice”.

De asemenea, este analizat impactul adăugării unei noi variabile explicative în ecuația de regresie liniară și se determină condițiile în care un astfel de demers este eficient din punctul de vedere al testului Student.

**Cuvinte cheie:** Corelația dintre valorile calculate ale testului Fisher și cele ale testului Student, Coeficientul de aliniere la hazardul colinearității, Gradul de colinearitate, Testul Student corectat, Interdependența dintre coeficientul de determinare ajustat și testul Student Corectat

**Coduri JEL:** C51, C52.

## 1. Corecția metodologiei standard de calcul a valorii testului Student.

Într-un model de regresie liniară de forma  $y = a_1 + b_{1k} * x_k$  valoarea estimată a parametrului  $b_{1k}$  este:

$$b_{1k} = \frac{D(y)}{D(x_k)} * R(x_k; y) \text{ unde:}$$

$D(y)$  = abaterea medie pătratică a valorilor observate ale variabilei rezultative

$D(x_k)$  = abaterea medie pătratică a valorilor observate ale variabilei explicative

$R(x_k; y)$  = coeficientul de corelație dintre valorile observate ale variabilei explicative și cele ale variabilei rezultative

Valoarea calculată a testului Student aferentă parametrului  $b_{1k}$ , respectiv  $t_{b_{1k}}$  este:

$$t_{b_{1k}} = \frac{b_{1k}}{D(u_{1k})} \text{ unde:}$$

$D(u_{1k})$  = abaterea medie pătratică a erorilor în cazul unei regresii liniare unifactoriale.

$$D(u_{1k}) = \frac{D(y) * (1 - R^2)^{1/2}}{(m - 2) * D(x_k)} \text{ unde:}$$

$m$  = numărul de observații

\* Comunicate susținută pe data de 17 iunie 2008 în cadrul *Seminarului de modelare macroeconomică* al Institutului Național de Cercetări Economice, coordonat de acad.E.Dobrescu

\*\* Institutul de Economie Națională, e-mail: pavelescu.florin@yahoo.com

$$\text{Deci } t_{b1k} = \frac{(m-2)^{1/2} * R(x;y)}{(1-R^2)^{1/2}}$$

Având în vedere formula de calcul a testului Fisher pentru regresia unifactorială ( $F_1$ ) rezultă (A. Isaic-Maniu, C. Mitruț, C. Voineagu, 1996):

$$t_{b1k}^2 = F_1$$

Pentru o regresie liniară cu  $n$  variabile explicative de forma  $y = a_n + \sum_{k=1}^n b_{nk}$ , valoarea calculată a testului Fisher ( $F_n$ ) este:

$R_n^2$  = coeficientul de determinare al modelului de regresie cu  $n$  variabile explicative.

Formula de calcul a testului Student corespunzătoare variabilelor explicative ( $t_{bnk}$ ) este:

$$t_{bnk} = \frac{b_{nk}}{D(u_{nk}) * (d_{kk})^{1/2}}$$

Valoarea estimată a parametrului  $b_{nk}$  se poate scrie (F. M. Pavelescu, 1997):

$b_{nk} = b_{1k} * T_{nk}$  unde:

$T_{nk}$  = coeficientul de aliniere la hazardul colinearității aferent variabilei explicative  $x_k$ .

Coeficientul de aliniere al variabilei explicative  $x_k$  la hazardul colinearității poate fi scris ca raport între doi determinanți (F.M.Pavelescu, 1986)<sup>1</sup>:

$$T_{nk} = \frac{(R_{j1}, R_{j2} \dots R_{jk-1}, r_{jk}, R_{jk+1} \dots R_{jn})}{R_{jk}} \quad j = 1..n$$

unde  $R_{jk}$  = coeficientul de corelație dintre variabila explicativă  $x_j$  și variabila explicativă  $x_k$ .

$$r_{jk} = \frac{R(x_j; y)}{R(x_k; y)} \quad \text{unde:}$$

$R(x_j; y)$  = coeficientul de corelație dintre valorile observate ale variabilei explicative  $x_j$  și valorile observate ale variabilei rezultative  $y$ .

$R(x_k; y)$  = coeficientul de corelație dintre valorile observate ale variabilei explicative  $x_k$  și valorile observate ale variabilei rezultative  $y$ .

**Având în vedere modul de definire a factorului  $r_{jk}$  considerăm ca acesta poate fi denumit „coeficient de corelație mediată de variabila rezultativă între variabila explicative  $x_j$  și variabila explicativă  $x_k$ , raportat la variabila explicativă  $x_k$ ”.**

Având în vedere formula de calcul, factorul  $d_{kk}$  poate fi exprimat astfel:

$$d_{kk} = \frac{(R_{jk})_n}{(R_{ji})_{n-1}} \quad (i \neq k)$$

De asemenea se poate scrie:

$d_{kk} = 1 - c_k$  unde:

$c_k$  = gradul de colinearitate indus de adăugarea variabilei explicative  $x_k$  în modelul de regresie liniară.

<sup>1</sup> În articolul din 1986 am presupus în contextul estimării parametrilor funcției de producție Cobb-Douglas că factorul  $T_{nk}$  ar reflecta modul în care dinamica outputului se aliniază la dinamica factorului de producție avut în vedere. Se ținea seama de faptul că valorile factorului  $T_{nk}$  erau subunitare. Dar ulterior, prin examinarea formulei în cazul general și mai cu seamă în cazul regresiei trisectoriale am ajuns la concluzia că valorile factorului  $T_{nk}$  sunt puternic condiționate de fenomenul multicolarității în sens larg și care este relevată de valorile absolute ale coeficienților de corelație dintre variabilele explicative, influența intensității legăturii dintre variabila explicativă avută în vedere și variabila rezultativă situându-se, pe măsura sporirii numărului de variabile explicative pe un plan secund.

$$\text{Deci } t_{\text{bnk}} = [m - (n + 1)]^{1/2} * \frac{R(x_k; y)}{(1 - R_n^2)^{1/2}} * T_{nk} * (1 - c_k)^{1/2}$$

echivalent cu:

$$t_{\text{bnk}} = (nF_n)^{1/2} * \frac{R(x_k; y)}{R_n} * T_{nk} * (1 - c_k)^{1/2}, \text{ unde}$$

$F_n$  = valoarea calculată a testului Fisher pentru o regresie cu n variabile explicative.

$$F_n = \frac{m - (n + 1)}{n} * \frac{R_n^2}{1 - R_n^2} \text{ unde:}$$

m = numărul de observații

Din formula reprezentată anterior rezultă că valoarea calculată a testului Student este în mod esențial determinată de valoarea calculată a testului Fisher. În condițiile unei independențe stricte între variabilele explicative toți coeficienții de aliniere sunt egali cu 1, iar colinearitatea indusă de fiecare variabilă explicativă este nulă.

Deoarece  $R_n^2 = \sum_{k=1}^n R^2(x_k; y) * T_{nk}$  (F. M. Pavelescu, 2003) în acest caz există relația

$$\sum t_{\text{bnk}}^2 = nF_n.$$

Cu alte cuvinte **valoarea testului Fisher reprezintă media aritmetică a pătratelor valorii testului Student dacă variabilele explicative sunt strict independente.**

Prezența colinearității determină îndepărtarea de la relația prezentată anterior între testul Student și testul Fisher. De asemenea apar o serie de restricții în utilizarea testului Student.

Astfel, **testul Student nu se poate calcula dacă gradul de colinearitate este mai mare decât 1.** De asemenea, considerăm că **nu poate fi validat un model de regresie liniar dacă în estimare apar coeficienți de aliniere negativi.** În fapt existența unor coeficienți de aliniere negativi reflectă depășirea unui nivel critic al colinearității, compatibil cu obținerea unor rezultate relevante în estimare. În contextul unei puternice polarizări a valorii coeficienților de aliniere la hazardul colinearității, **luarea în considerare doar a mărimii absolute a valorilor calculate pentru testul Student poate conduce la situația de a se aprecia drept estimări relevante pentru fenomenul studiat niște „iluzii statistice”.**

Pentru a se evita confuzia dintre valorile estimate cu adevărat relevante și „iluziile statistice” se propune corectarea formulei de calcul a testului Student, prin luarea în considerare a valorii absolute a coeficientului de corelație dintre variabila rezultativă și variabila explicativă analizată.

În consecință, formula de calcul a testului Student Corectat ( $CST_{\text{bnk}}$ ) este :

$$CST_{\text{bnk}} = (nF_n)^{1/2} * \frac{|R(x_k; Y)|}{R_n} * T_{nk} * (1 - c_{nk})^{1/2}$$

$$\text{echivalent cu: } CST_{\text{bnk}} = t_{\text{bnk}} * \frac{|R(x_k; Y)|}{R(x_k; Y)} \text{ unde:}$$

$t_{\text{bnk}}$  = Valoarea calculată a testului Student prin metoda standard.

Prin formula propusă se evidențiază în fapt semnul coeficientului de aliniere la hazardul colinearității corespunzător variabilei explicative analizate. Drept urmare, **o primă condiție pentru validarea valorilor estimate ale unei regresii liniare multifactoriale este valoarea testului Student corectat să fie pozitivă pentru toate variabilele explicative avute în vedere.**

## 2. Impactul adăugării unei noi variabile explicative asupra valorilor calculate ale testului Student

Adăugarea unei noi variabile explicative în ecuația de regresie liniară are drept consecință sporirea valorii coeficientului de determinație, cu alte cuvinte a gradului de explicitare a comportamentului variabilei rezultative. Dar, pe de altă parte, datorită scăderii gradelor de libertate are loc și o mărire a valorii tabelate ale testului Student care definește relevanța parametrilor estimați.

În consecință, devine important să se determine condițiile în care valoarea testului Student crește ca urmare a adăugării unei noi variabile explicative.

Raportul dintre testul Student aferent unei variabile explicative în condițiile unei regresii liniare cu  $n+1$  ( $t_{bn+1,k}$ ) și respectiv  $n$  variabile explicative ( $t_{bnk}$ ) este:

$$\frac{t_{bn+1,k}}{t_{bnk}} = \left(\frac{m-n-2}{m-n-1}\right)^{1/2} * \left(\frac{1-R_{n+1}^2}{1-R_n^2}\right)^{1/2} * \frac{T_{n+1,k}}{T_{n,k}} * \left(\frac{1-c_{n+1}}{1-c_n}\right)^{1/2}.$$

Se poate demonstra că expresia  $\frac{(m-n-2)*(1-R_n^2)}{(m-n-1)*(1-R_{n+1}^2)}$  este supraunitară dacă

$$(R_{n+1}^2 - R_n^2) \geq \frac{1}{m-n-2}$$

Dar cum îndeplinirea condiției  $(R_{n+1}^2 - R_n^2) \geq \frac{1}{m-n-2}$  este cea care conduce la creșterea valorii coeficientului de determinare ajustat (F. M. Pavelescu, 2004) se poate aprecia că **sporirea valorii coeficientului de determinare ajustat crează premisele creșterii valorii calculate a testului Student în contextul adăugării unei noi variabile explicative.**

Raportul  $\frac{T_{n+1,k}}{T_{n,k}}$  este de regulă subunitar sau negativ ca urmare a creșterii colinearității<sup>2</sup>.

Dacă se menține pozitivitatea coeficienților de aliniere, raportul  $\frac{1-c_{n+1}}{1-c_n}$  este cel mult egal cu unu.

Rezultă că posibilitățile de sporire a valorii testului Student în contextul adăugării unei noi variabile explicative în ecuația de regresie liniară sunt destul de limitate. Drept urmare eficiența unui asemenea demers poate fi în multe cazuri doar parțială. Se obține o mai bună explicare a comportamentului variabilei rezultative, dar se diminuează relevanța parametrilor care arată intensitatea și sensul legăturii dintre variabila rezultativă și variabilele explicative avute în vedere.

## 3. Un exemplu numeric. Estimarea elasticității outputului în raport cu componenta manuală și non-manuală a populației ocupate în România și Slovacia

În continuare vom ilustra cu un exemplu numeric considerațiile teoretice arătate anterior. Pentru atingerea respectivului obiectiv s-au estimat parametrii și s-au calculat o serie de teste statistice pentru mai multe funcții care relevă legătura dintre dinamica outputului și cea a componentei manuale și non-manuale a populației ocupate în România și Slovacia în perioada 1995-2002.

Funcțiile ale căror parametri au fost estimați sunt:

<sup>2</sup> Excepția de la regulă se produce spre exemplu într-o regresie bifactorială atunci când coeficientul de corelație directă dintre două variabilele explicative este apropiat de zero și de sens contrar coeficientului de corelație mediat de variabila rezultativă între cele două variabile explicative.

$$\ln Y = \ln A_w + \alpha_1 * \ln L_w \quad \ln Y = \ln A_b + \beta_1 * \ln L_b \quad \ln Y = \ln A_{w/b} + \chi_1 * \ln^2 (L_w/L_b)$$

$$\ln Y = \ln A_2 + \alpha_2 * \ln L_w + \beta_2 * \ln L_b \quad \ln Y = \ln A_3 + \alpha_3 * \ln L_w + \beta_3 * \ln L_b + \chi_3 * \ln^2 (L_w/L_b)$$

Unde: Y=indicii cu bază fixă ai PIB

$L_w$ = indicii cu bază fixă ai populației ocupate cu profesii nemanuale.

$L_b$ = indicii cu bază fixă ai populației ocupate cu profesii manuale.

$A_w, \alpha_1, A_b, \beta_1, A_{w/b}, \chi_1, A_2, \alpha_2, \beta, A_3, \alpha_3, \beta_3, \chi_3$  = parametri care trebuie estimați.

Calcululele efectuate și prezentate în tabelul 1 relevă faptul că elasticitatea PIB în raport cu profesiile nemanuale a fost în perioada analizată foarte scăzută în România (-0,0813) și una ridicată în Slovacia (3,475083). La aceste rezultate a contribuit și faptul că în România evoluția PIB a fost practic independentă de cea a dinamicii profesiilor manuale în timp ce în Slovacia corelația dintre cei doi indicatori poate fi apreciată ca fiind una moderată. În consecință valoarea corectată a testului Student este mai mică de 0,10 în România și supraunitară în cazul Slovaciei.

Tabelul nr.1

**Valorile estimate ale funcției  $\ln Y = \ln A_w + \alpha_1 * \ln L_w$  și ale unor teste statistice în România și Slovacia în perioada 1995-2002**

Indicator	România	Slovacia
$\ln A_w$	0,049511	-0,004723
$\alpha_1$	-0,0813	3,475083
Coeficient de determinare	0,001563	0,177565
Coeficient de determinare ajustat	-0,164844	0,040493
Test Student Standard pentru $\alpha_1$	-0,096903	1,1381605
Coeficient de corelație între $\ln Y$ și $\ln L_w$	-0,03953	0,42139
Test Student Corectat pentru $\alpha_1$	0,096903	1,1381605

În ceea ce privește elasticitatea PIB în raport cu dinamica persoanelor ocupate care exercită profesii manuale se observă că aceasta este negativă în ambele țări (tabelul nr. 2). Valoarea absolută a respectivului indicator este subunitară în România și supraunitară în Slovacia. La obținerea unui asemenea rezultat o contribuție important revine intensității mai mari a corelației dintre cei doi indicatori în Slovacia decât cea înregistrată în cazul României. Acest fapt își pune amprenta și asupra valorii testului Student corectat care este de 1,175 în România și de 2,41403 în Slovacia.

Tabelul nr.2

**Valorile estimate ale funcției  $\ln Y = \ln A_b + \beta_1 * \ln L_b$  și ale unor teste statistice în România și Slovacia în perioada 1995-2002**

Indicator	România	Slovacia
$\ln A_b$	0,034629	0,1718
$\beta_1$	-0,268751	-1,3293
Coeficient de determinare	0,187094	0,492722
Coeficient de determinare ajustat	0,051609	0,408176
Test Student Standard pentru $\beta_1$	-1,175127	-2,41403
Coeficient de corelație între $\ln Y$ și $\ln L_b$	-0,432543	-0,701942
Test Student Corectat pentru $\beta_1$	1,175127	2,41403

Estimarea elasticității PIB în raport cu transformata indicelui de devansare a dinamicii profesiilor manuale de către cea a profesiilor nemanuale conduce la valori supraunitare în ambele țări analizate (tabelul nr. 3).

Tabelul nr.3

**Valorile estimate ale funcției  $\ln Y = \ln A_{w/b} + \chi_1 \cdot \ln^2 (L_w/L_b)$  și ale unor teste statistice în România și Slovacia în perioada 1995-2002**

Indicator	România	Slovacia
$\ln A_w$	0,031148	0,126155
$\chi_1$	1,513422	9,059769
Coeficient de determinare	0,296139	0,633828
Coeficient de determinare ajustat	0,178829	0,572800
Test Student Standard pentru $\chi_1$	1,568839	3,22694
Coeficient de corelație între $\ln Y$ și $\ln^2 (L_w/L_b)$	0,544186	0,796133
Test Student Corectat pentru $\chi_1$	1,568839	3,22694

Coeficienții de corelație și testele Student au valori mai ridicate comparativ cu cele înregistrate în cazul regresii unifactoriale anterioare.

Estimarea parametrilor funcției  $\ln Y = \ln A_2 + \alpha_2 \cdot \ln L_w + \beta_2 \cdot \ln L_b$  precum și calculul testelor statistice menționate anterior conduce la situații foarte diferite în cele două cazuri. Astfel, în România corelația extrem de scăzută între logaritmul indicilor PIB și cel al segmentului nemanual al populației ocupate, concomitent cu existența unei corelații moderate între logaritmul celor două variabile explicative din respective indicilor PIB și cel al segmentului manual al populației ocupate și pe fondul unei corelații cu o intensitate de peste 58% între variabilele explicative determină apariția unei valori negative a coeficientului de aliniere și implicit a testului Student corectat pentru parametrul  $\alpha_2$ , (tabelul nr.4). Acest fapt conduce la invalidarea respectivei regresii

Tabelul nr.4

**Valorile estimate ale funcției  $\ln Y = \ln A_2 + \alpha_2 \cdot \ln L_w + \beta_2 \cdot \ln L_b$  și ale unor teste statistice în România și Slovacia în perioada 1995-2002**

Indicator	România	Slovacia
$\ln A_2$	0,06135	-0,041201
Coeficient de determinare	0,256785	0,687394
Coeficient de determinare ajustat	-0,040501	0,561434
Coeficient de corelație între $\ln L_w$ și $\ln L_b$	0,585958	0,026953
Coeficient de corelație mediată de $\ln Y$ între $\ln L_w$ și $\ln L_b$ , raportat la $L_b$	0,09139	-0,60032
$\alpha_2$	0,669630	3,633819
Test Student Standard pentru $\alpha_2$	0,684726	1,759750
Coeficient de aliniere pentru $\alpha_2$	-8,2360	1,0457
Test Student Corectat pentru $\alpha_2$	-0,684726	1,759750
$\beta_2$	-0,387357	-1,351849
Test Student Standard pentru $\beta_2$	-1,310349	-2,850784
Coeficient de aliniere pentru $\beta_2$	1,4412	1,01850
Test Student Corectat pentru $\beta_2$	1,310349	2,850784

În cazul Slovaciei, premisele pentru estimare sunt deosebit de favorabile pentru respectiva regresie bifactorială. Avem în vedere valoarea foarte apropiată de zero și de sens contrar a coeficientului de corelație dintre cele două variabile explicative. Din acest motiv ambii coeficienți de aliniere sunt pozitivi și supraunitari. Acest fapt are o serie de efecte pozitive asupra testelor statistice avute în vedere în această comunicare. Se observă că valoarea

coeficientului de determinare ajustat este mai mare decât cea înregistrată în regresiiile unifactoriale cu cele două variabile explicative. În aceste condiții are loc creșterea semnificativă a valorii testului Student corectat pentru ambele variabile explicative.

Adăugarea în ecuația de regresie a pătratului logaritmului indicelui de devansare a dinamicii profesiilor manuale de către profesiile nemanuale are drept efect în cazul României sporirea sensibilă a valorii coeficientului de determinare precum și a celei a coeficientului de determinare ajustat (tabelul nr.5).

Tabelul nr.5

**Valorile estimate ale funcției  $\ln Y = \ln A_3 + \alpha_3 \ln L_w + \beta_3 \ln L_b + \chi_3 \ln^2(L_w/L_b)$  și ale unor teste statistice în România și Slovacia în perioada 1995-2002**

Indicator	România	Slovacia
$\ln A_3$	0,17446	-0,0000115
Coeficient de determinare	0,573344	0,691946
Coeficient de determinare ajustat	0,253352	0,460905
Coeficient de corelație între $\ln L_w$ și $\ln L_b$	0,585958	0,026953
Coeficient de corelație între $\ln L_w$ și $\ln^2(L_w/L_b)$	-0,536409	0,236219
Coeficient de corelație între $\ln L_b$ și $\ln^2(L_w/L_b)$	-0,980371	-0,956711
Coeficient de corelație mediată de $\ln Y$ între $\ln L_w$ și $\ln L_b$ , raportat la $L_b$	0,09139	-0,60032
Coeficient de corelație mediată de $\ln Y$ între $\ln L_w$ și $\ln L_b$ , raportat la $L_b$	-0,79484	0,88169
$\alpha_3$	0,319695	2,400582
Test Student Standard pentru $\alpha_3$	0,374803	0,455826
Coeficient de aliniere pentru $\alpha_3$	3,9311	0,69080
Test Student Corectat pentru $\alpha_3$	3,74803	0,455826
$\beta_3$	1,464383	-0,3109
Test Student Standard pentru $\beta_3$	1,326834	-0,076985
Coeficient de aliniere pentru $\beta_3$	-5,4480	0,2339
Test Student Corectat pentru $\beta_3$	-1,326834	0,076985
$\chi_3$	8,171393	6,4903
Test Student Standard pentru $\chi_3$	1,722736	0,260024
Coeficient de aliniere pentru $\chi_3$	5,3993	0,7164
Test Student Corectat pentru $\chi_3$	1,722736	0,260024

Dar corelația extrem de puternică în valoare absolută dintre logaritmul indicelui segmentului manual al populației ocupate și pătratul logaritmului indicilor de devansare a dinamicii profesiilor manuale de către indicii profesiilor nemanuale determină o accentuare a multicolinearității. În consecință, nu se poate ieși din situația descrisă anterior, caracterizată prin existența cel puțin unui coeficient de aliniere negativ. Acest fapt determină invalidarea și a respectivei regresii trifactoriale.

În cazul Slovaciei, adăugarea celei de-a treia variabile menționate anterior se dovedește în foarte mare măsură ineficientă. În condițiile unei corelații dintre logaritmul indicelui segmentului manual al populației ocupate și pătratul logaritmului indicilor de devansare a dinamicii profesiilor manuale de către indicii profesiilor nemanuale care în valoare absolută este de peste 0,95 se înregistrează o foarte mică majorare a mărimii coeficientului de determinare. Coeficientul de determinare ajustat se reduce într-o măsură importantă.

Toți coeficienții de aliniere la hazardul colinearității sunt pozitivi, ceea ce face ca regresia să îndeplinească o primă condiție pentru a fi validată. Dar comparativ cu regresia

bifactorială mărimea respectivilor indicatori se diminuează semnificativ, ceea ce conduce la valori absolute foarte reduse pentru testul Student corectat.

Este interesant de menționat faptul că valorile coeficienților de aliniere la hazardul colinearității sunt într-o anumită contradicție cu contribuția la evitarea consecințelor fenomenului de colinearitate. Astfel, valoarea cea mai mare o are pătratul logaritmului indicelui de devansare a indicelui profesiilor manuale de către indicele profesiilor ne-manuale, care reprezintă variabila explicativă care induce cel mai puternic fenomenul de colinearitate, datorită intensei corelații în valoare absolută (de peste 95%) cu logaritmul indicilor profesiilor manuale.

În concluzie, din cele două exemple numerice se confirmă ideea demonstrată anterior, potrivit căreia introducerea unei noi variabile în ecuație de regresie și estimarea parametrilor prin metodologia standard are o eficiență limitată în contextul existenței și amplificării fenomenului de multicolaritate.

### **Bibliografie**

1. A. Isaic - Maniu, C. Mitruț, V. Voineagu - *Statistica pentru managementul afacerilor, Editura Economică, București, 1996*
2. D. Jula - *Introducere în econometrie, Editura Professional Consulting, București, 2003*
3. G. Maddala - *Introduction to econometrics, Mc Millan Publishing Company, 1988*
4. F. M. Pavelescu - *Some considerations regarding the Cobb-Douglas production function estimated parameters. A new approach., Revue Roumaine des Sciences Sociales Tome 30 No 1-2/1986*
5. F. M. Pavelescu - *Considerații privind estimarea parametrilor funcției de producție CES prin metoda Kmenta , Revista Română de Statistică nr. 4-5/1992*
6. F. M. Pavelescu - *Progresul tehnologic și ocuparea forței de muncă Editura IRLI, București 1997*
7. F. M. Pavelescu - *Proprietăți ale coeficientului de determinație în Revista Română de Statistică nr. 4/2003*
8. F.M.Pavelescu - *Corelația dintre testul Fisher și testul Student în cazul unei regresii liniare în Revista Română de Statistică nr. 1/2005*
9. F.M.Pavelescu - *O reinterpretare a metodologiei standard de estimare a parametrilor modelului de regresie liniară în Caiet de Studii nr.4/2004 al Seminarului de Modelare Macroeconomică al INCE.*
10. E. Pecican - *Econometrie, Editura All, București, 1994*
11. E. Pecican - *Macroeconometrie. Politici economice guvernamentale și econometrie. Editura Economică, București, 1996*