

# APLICAȚII PRIVIND ESTIMAREA PIB-ului POTENȚIAL TRIMESTRIAL

Cristian Stanică\*

## 1. Metode statistice de estimare a PIB-ului potențial trimestrial

### 1.1. Proprietăți ale metodelor

Metodele statistice cele mai des folosite în cazul seriilor trimestriale pentru estimarea PIB-ului potențial sunt așa-numitul filtru Hodrick-Prescott (HP), metoda trendului deterministic și descompunerea Beveridge-Nelson. O altă metodă dezvoltată în ultimii ani se referă la modelele cu variabile neobservabile (Harvey, 1985, 1989; Koopman ș.a., 1995) estimate cu ajutorul filtrului Kalman. Mai recent, în literatura de specialitate (Mc Morrow and Werner Roeger, 2001) se arată că filtrul HP conduce la rezultate apropiate de cele ale altor metode statistice și dă o estimare acceptabilă a trendului PIB-ului, cel puțin în cazul economiei SUA și a țărilor din Uniunea Europeană. Această metodă este adesea utilizată atât de cercetători cât și de economiștii din instituțiile guvernamentale. Pe de altă parte, utilitatea filtrului Kalman este amplu demonstrată în literatura de specialitate (Harvey, 1985, 1989; Koopman, 1995; Bernanke, Gertler și Watson, 1997). Trăsătura distinctă a acestei metode care o face flexibilă și aplicabilă la orice tip de sistem de ecuații este translația modelului într-o reprezentare de spațiu al stărilor. Astfel, filtrul Kalman se poate aplica și la estimări cu serii nestacionare și este mai precis deoarece algoritmul estimării se repetă pas cu pas pe măsură ce se adaugă noi date statistice.

O variabilă importantă care apare direct legată de PIB-ul potențial este *componenta ciclică* sau *gap-ul*, definită ca diferența dintre PIB-ul observat și PIB-ul potențial. Pe termen mediu, în scopul direcționării politicilor, este necesar să se estimeze lungimea ciclului acestei serii.

**Metoda trendului liniar** descompune PIB-ul într-un trend deterministic și o componentă ciclică:

$$y_t = a + b \cdot t + c_t$$

unde ( $y_t$ ) este logaritmul PIB-ului real iar ( $t$ ) este variabila timp. Parametrii ( $a$ ) și ( $b$ ) pot fi estimați folosind metoda celor mai mici pătrate. PIB-ul potențial este trendul liniar ( $a + b \cdot t$ ). Reziduurile ( $c_t$ ) sunt interpretate ca deviații temporare de la PIB-ul potențial (componenta reziduală a ciclului de afaceri). Totuși, din literatura statistică se cunoaște că trendul unei serii este frecvent supus unor șocuri stochastice. Astfel, există riscul în această metodă de supra-estimare a gap-ului PIB-ului.

Experiența în domeniu (Mc Morrow 2001, St-Amant 1997) arată că filtrul HP și metodele trendului liniar (atât metoda simplificată a trendului liniar cât și cea a trendului frânt) conduc la rezultate similare. Ca o particularitate, abaterea standard a componentei ciclice în cazul trendului liniar este mai mare decât valoarea obținută cu alte metode.

**Metoda Filtrului Hodrick-Prescott** (1997) descompune seria analizată ( $y_t$ ) într-un trend stochastic ( $\mu_t$ ) și o componentă ciclică, astfel:

$$y_t = \mu_t + c_t$$

---

\* Institutul de Prognoză Economică, București

Trendul ( $\mu_t$ ) este PIB-ul potențial determinat astfel încât să fie minimizată suma ( $T =$  numărul de observații):

$$\{\mu_t\}_{t=0}^{T+1} = \text{Min} \left\{ \sum_{t=1}^T (y_t - \mu_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\mu_{t+1} - \mu_t) - (\mu_t - \mu_{t-1})]^2 \right\}$$

Metoda poate fi aplicată cu succes la economiile relativ stabile, în absența șocurilor mari. Dependența trendului de parametrul  $\lambda$  face metoda imprecisă dacă nu există o estimare preliminară a lui  $\lambda$ . Un  $\lambda$  subunitar conduce la minimizarea diferenței dintre ( $y_t$ ) și ( $\mu_t$ ), în timp ce atunci când  $\lambda$  tinde la infinit, trendul devine o linie dreaptă.

### Filtrul Kalman și modelele UC (cu serii neobservabile)

Această metodă de estimare a seriilor neobservabile a fost introdusă de Kalman în 1960 ("A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems" – U.S. Air Force Office of Scientific Research) iar ulterior a fost dezvoltată de Kalman și Bucy. Se consideră că seriile de timp din domeniul macroeconomic sunt compuse dintr-un trend, o componentă ciclică și o componentă aleatoare, primele două fiind serii neobservabile (modelul univariat).

De exemplu, presupunem că logaritmul PIB-ului real observat ( $y_t$ ) este format din însumarea trendului ( $\mu_t$ ), a componentei ciclice ( $\psi_t$ ) și seria aleatoare (inovații) ( $\varepsilon_t$ ), toate acestea necorelate între ele:

$$y_t = \mu_t + \psi_t + \varepsilon_t$$

Seria aleatoare este considerată prin ipoteză a fi zgomot alb. Componenta trend ( $\mu_t$ ) poate fi estimată ca un proces AR(1) sau un trend liniar. Componenta ciclică ( $\psi_t$ ) este un proces AR(2) (această ipoteză se poate modifica în acord cu patternul PIB-ului specific economiei în tranziție).

Kuttner a demonstrat în 1994 că modelul univariat se poate generaliza prin introducerea de ecuații adiționale care descriu legătura dintre seriile neobservabile și alte variabile observabile (inflația, șomajul, producția industrială), așa cum sugerează teoria economică. De asemenea, aceste variabile explicative pot fi introduse în ecuația principală alături de componentele neobservabile ale seriei ( $y_t$ ). Inițial, Kuttner a folosit reprezentarea spațiului stărilor pentru a estima trendul PIB-ului în SUA. Metoda a fost dezvoltată ulterior de Gerlach and Smets (1997) și aplicată la țările din G7.

În cadrul acestui capitol analizăm un model adaptat economiei românești, a cărui formă generală este de tipul:

$$y_t = \mu_t + \psi_t + \gamma_t + \mathbf{z}'_t \boldsymbol{\delta}_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n \quad (1)$$

unde ( $y_t$ ) este seria observată (logaritmul PIB-ului real), ( $\mu_t$ ) este trendul, ( $\psi_t$ ) este componenta ciclică, ( $\gamma_t$ ) este componenta sezonieră, ( $\varepsilon_t$ ) este componenta aleatoare având o distribuție normală cu medie zero și dispersie constantă,  $\mathbf{z}_t$  este un vector ( $p \times 1$ ) conținând variabilele explicative observate, iar  $\boldsymbol{\delta}_t$  este vectorul ( $p \times 1$ ) de parametri necunoscuți. Dacă vectorul  $\boldsymbol{\delta}_t$  nu depinde de timp, atunci  $\boldsymbol{\delta}_t = \boldsymbol{\delta}_{t-1}$ .

Presupunem că *trendul* este local liniar, astfel încât poate fi modelat prin ecuațiile:

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t \quad (2)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \xi_t \quad (3)$$

unde  $\beta_t$  reprezintă panta. Inovațiile  $\eta_t$  și  $\xi_t$  au o distribuție normală și sunt necorelate. Modelul general descris de ecuațiile (2) și (3) consideră atât trendul cât și panta ca serii stochastice dependente de timp; se poate arăta că trendul este o serie ARIMA(0,2,1).

*Componenta ciclică* stochastică ( $\psi_t$ ) este generată la rândul ei de ecuația vectorială (transcriere în formalismul spațiului stărilor a unui proces AR(2)):

$$\begin{pmatrix} \psi_t \\ \psi_t^* \end{pmatrix} = \rho \begin{pmatrix} \cos \lambda_c & \sin \lambda_c \\ -\sin \lambda_c & \cos \lambda_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{t-1} \\ \psi_{t-1}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{pmatrix} \quad t=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

unde  $\lambda_c$  este frecvența ciclului în radiani, cu valori în intervalul  $[0, \pi]$ ,  $\kappa_t$  și  $\kappa_t^*$  sunt erori necorelate având o distribuție normală cu medie zero și dispersie comună  $\sigma_{\kappa}^2$ , iar  $\rho$  este factorul de amortizare, cu valori cuprinse în intervalul  $(0, 1]$ . Perioada ciclului se determină din relația  $T_c = 2\pi/\lambda_c$ . Deoarece factorul de amortizare  $\rho$  este subunitar, rezultă că seria ( $\psi_t$ ) este staționară și descrie un proces ARMA(2, 1) în care termenii AR și MA sunt restricționați (Harvey, 1985).

*Componenta sezonieră* stochastică ( $\gamma_t$ ) se poate defini în formă trigonometrică, ca și în cazul ciclului. Aceasta se descompune în seriile  $\gamma_{i,t}$  de frecvențe  $\lambda_i = 2\pi i/s$  unde  $i = 1, 2, \dots, s/2$  (pentru date trimestriale  $s = 4$ ) conform ecuațiilor:

$$\begin{pmatrix} \gamma_{i,t} \\ \gamma_{i,t}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \lambda_i & \sin \lambda_i \\ -\sin \lambda_i & \cos \lambda_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{i,t-1} \\ \gamma_{i,t-1}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_{i,t} \\ \omega_{i,t}^* \end{pmatrix} \quad t=1, 2, \dots, n; \quad i=1, 2, \dots, s/2 \quad (5)$$

$\omega_{i,t}$  și  $\omega_{i,t}^*$  sunt erori stochastice cu medie 0 și dispersie comună  $\sigma_{\omega}^2$ .

Prin ipoteză, toate erorile modelului din ecuațiile (1)-(5) sunt necorelate. Există câteva moduri în care poate fi modelată seria observată ( $y_t$ ), în funcție de proprietățile erorilor din ecuațiile trendului și pantei, astfel:

(i)  $\sigma_{\eta}^2 \neq 0$  și  $\sigma_{\xi}^2 \neq 0$ : atât trendul cât și panta sunt serii stochastice;

(ii)  $\sigma_{\eta}^2 \neq 0$  și  $\sigma_{\xi}^2 = 0$ : trendul este stochastic iar panta este constantă; în acest caz trendul devine un drum aleator cu drift;

(iii)  $\sigma_{\eta}^2 = 0$  și  $\sigma_{\xi}^2 \neq 0$ : panta este stohastică în timp ce nivelul trendului este deterministic; trendul are proprietățile unei serii integrate de ordinul doi I(2), adică este staționar în diferența de ordinul doi. Acest model caracterizează un trend cu o evoluție netedă;

(iv)  $\sigma_{\eta}^2 = 0$  și  $\sigma_{\xi}^2 = 0$ : atât panta cât și trendul sunt fixate; în acest caz trendul devine determinist, de forma  $\mu_t = \mu_0 + \beta t$ .

De asemenea, în anumite situații putem exclude panta sau trendul din model, dacă în urma calculului se constată că ele sunt statistic ne semnificative (această proprietate este indicată de raportul t-student).

Pentru a fi estimat cu filtrul Kalman, modelul cu serii neobservabile de mai sus trebuie transcris într-o formă compactă numită *reprezentarea spațiului stării*. Ecuațiile (1)-(5) se transformă într-un sistem de două ecuații vectoriale care leagă variabilele observabile ( $\mathbf{y}_t$ ) de cele neobservabile ( $\boldsymbol{\alpha}_t$ ):

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{A}_t + \mathbf{N}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_t = \mathbf{F}_t \boldsymbol{\alpha}_{t-1} + \mathbf{B}_t + \mathbf{R}_t \boldsymbol{\eta}_t \quad (7)$$

unde  $(\boldsymbol{\alpha}_t)$  este vectorul de stare  $m \times 1$  conținând variabilele neobservabile (trend, ciclu, componentă sezonieră) pe care vrem să îl estimăm.

Prima ecuație se numește *ecuația de observare* (de măsurare) în care vectorul variabilelor observate  $(\mathbf{y}_t)$  este legat de vectorul de stare  $(\boldsymbol{\alpha}_t)$ . A doua ecuație se numește *ecuația de stare* (de tranziție) și descrie dinamica vectorului  $(\boldsymbol{\alpha}_t)$ .

Ambele ecuații au termenii erorilor multinormal distribuiți: 
$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \boldsymbol{\eta}_t \end{pmatrix} \approx N \left( \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G} \end{pmatrix} \right)$$

Matricile  $\mathbf{H}_t$ ,  $\mathbf{A}_t$ ,  $\mathbf{N}_t$ ,  $\mathbf{F}_t$ ,  $\mathbf{B}_t$ ,  $\mathbf{R}_t$  și matricile covarianță  $\mathbf{Q}$  și  $\mathbf{G}$  sunt estimate în algoritmul filtrului Kalman prin regula de maximizare a funcției de verosimilitate a modelului cu setarea valorilor inițiale  $\boldsymbol{\alpha}_1 = \mathbf{B}_1 + \mathbf{R}_1 \boldsymbol{\eta}_1$

Modelul general definit de ecuațiile (1)-(5) prezintă forma caracteristică spațiului stărilor (6)-(7). În acest caz, presupunem că vectorul  $(\boldsymbol{\delta}_t)$  este constant și are ordinul  $p$ ,  $(\mathbf{y}_t)$  este un scalar  $1 \times 1$ , matricile  $\mathbf{A}_t$  și  $\mathbf{B}_t$  sunt zero iar  $\mathbf{N}_t = 1$  se reduce la o constantă scalară. Vectorul de stare  $(\boldsymbol{\alpha}_t)$  de tipul  $(7 + p) \times 1$  devine:

$$\boldsymbol{\alpha}_t = (\mu_t \ \beta_t \ \psi_t \ \psi_t^* \ \gamma_{1,t} \ \gamma_{1,t}^* \ \gamma_{2,t} \ \boldsymbol{\delta}'_t)' \quad (8)$$

în timp ce matricea  $\mathbf{H}_t$  este de forma (un vector  $1 \times (7 + p)$ ):

$$\mathbf{H}_t = (1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ \mathbf{z}'_t) \quad (9)$$

Pentru a exprima într-o manieră simplificată matricile  $\mathbf{F}_t$  și  $\mathbf{R}_t$  considerăm vectorul coloană nul  $\mathbf{0}$  de tipul  $p \times 1$  și matricea unitate  $\mathbf{I}_p$  având ordinul  $p$ . Matricile  $\mathbf{F}_t$  și  $\mathbf{R}_t$  de tipul  $(7 + p) \times (7 + p)$ , respectiv  $(7 + p) \times 7$  se calculează astfel:

$$\mathbf{F}_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0}' \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0}' \\ 0 & 0 & \rho \cos \lambda_c & \rho \sin \lambda_c & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0}' \\ 0 & 0 & -\rho \sin \lambda_c & \rho \cos \lambda_c & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0}' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\pi/2) & \sin(\pi/2) & 0 & \mathbf{0}' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\pi/2) & \cos(\pi/2) & 0 & \mathbf{0}' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-1) & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_p \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11)$$

În final, vectorul erorilor  $\boldsymbol{\eta}_t$   $7 \times 1$  și matricea de covariație  $\mathbf{G}_t$   $7 \times 7$  sunt:

$$\boldsymbol{\eta}_t = \begin{bmatrix} \eta_t \\ \xi_t \\ \kappa_t \\ \kappa_t^* \\ \omega_{1,t} \\ \omega_{1,t}^* \\ \omega_{2,t} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_t = \begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\xi^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\kappa^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_\kappa^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\omega^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Primul pas al algoritmului filtrului Kalman este estimarea hiperparametrilor ( $\sigma_\varepsilon^2$ ,  $\sigma_\eta^2$ ,  $\sigma_\xi^2$ ,  $\sigma_\kappa^2$ ,  $\rho$ ,  $\lambda_c$ ,  $\sigma_\omega^2$ ) impunând condiția de maximizare a funcției de verosimilitate. După stabilirea valorilor hiperparametrilor se estimează trendul, panta, componenta ciclică și componenta sezonieră, precum și coeficienții variabilelor explicative aplicând un algoritm de netezire. Aceste calcule se pot realiza cu programele GAUSS, STAMP, EViews (Koopman, Harvey, Doornik și Shephard, 1995).

În cele ce urmează vom introduce noțiunile de *punct izolat* (în literatură: outlier) și *ruptură structurală* (în literatură: structural break), deoarece vom apela la acestea pentru a îmbunătăți proprietățile statistice ale componentelor neobservabile ale PIB-ului estimate cu filtrul Kalman.

Un punct izolat este o observație îndepărtată de restul observațiilor, care dacă este inclusă în algoritmul de estimare a parametrilor modelului, va produce o deformare a tendinței medii de evoluție dată de ansamblul celorlalte observații. Efectul nefavorabil al acestei observații poate fi eliminat prin introducerea unei variabile explicative dummy în ecuația principală (1), numită și *intervenție impuls*. Această variabilă ia valoarea 1 la momentul observației izolate și valoarea zero pentru oricare alt moment de timp.

O ruptură structurală în nivel apare atunci când nivelul seriei ( $y_t$ ) se deplasează brusc în sus sau în jos, de obicei datorită unui eveniment special. Această variație bruscă este modelată cu ajutorul unei variabile numită și *intervenție prag* inclusă în ecuația principală (1), care ia valoarea zero înainte de eveniment și 1 la momentul producerii evenimentului și după. De asemenea, poate fi modelată de o variabilă explicativă dummy în ecuația de tranziție (2).

O ruptură structurală în pantă poate fi modelată de o variabilă numită și *intervenție treaptă* introdusă în ecuația principală (1), care ia valorile 1, 2, 3 începând cu momentul rupturii. De asemenea, se poate folosi o variabilă dummy în ecuația de tranziție (3).

De notat că punctele izolate și rupturile structurale pot fi văzute ca efecte ale unor intervenții impuls aplicate ecuațiilor (1), (2) sau (3) care descriu evoluția seriei observate, a trendului, respectiv a pantei. Totodată, este mai util în anumite situații să privim aceste modificări structurale ca o consecință a apariției unei valori prea mari în dispersia componentei aleatoare. Cele două moduri de abordare se referă la considerarea intervențiilor ca fiind de natură fixă sau aleatoare.

În ceea ce privește testarea prezenței unui punct izolat la momentul  $t = \tau$ , Abril (1997), Jong și Penzer (1997, 1998) au arătat că erorile estimate și abaterile lor necondiționate la momentul  $t = \tau$ , sunt suficiente pentru construirea testelor statistice. Astfel, se calculează *erorile standardizate* la fiecare moment de timp pentru a testa prezența punctelor izolate. Totodată, algoritmul filtrului Kalman calculează valorile acestor statistici care se mai numesc (vezi STAMP – Koopman, Harvey, Doornik, Stephard, 1995) și “*irregular auxiliary residuals*” – reziduurile auxiliare ale variabilei analizate ( $y_t$ ). Aceste teste sunt valabile atât pentru intervențiile de natură fixă sau aleatoare.

Pentru detectarea rupturilor structurale în trend sau în pantă, filtrul Kalman aplicat modelului construit în formalismul spațiului stărilor, va genera automat “*level auxiliary residuals*” și “*slope auxiliary residuals*”, acestea fiind totodată valorile testului statistic. În cazul unui model formulat corect, aceste statistici se supun unei distribuții normale (Abril, 1997, Koopman, Harvey, 1995).

## 1.2. Aplicații pe cazul economiei românești

În această secțiune a capitolului analizăm seria logaritmată a PIB-ului trimestrial cu date statistice din perioada 1994-2002. Menționăm că datele statistice au fost calculate de autor cu asistență din partea unor specialiști ai Institutului Național de Statistică (direcția Conturi Naționale) și pe baza publicațiilor “*Dihotomia real-nominal în economia românească de tranziție*” – Emilian Dobrescu (1997), CESTAT și buletinul lunar al INS. Prelucrările au fost realizate sub coordonarea științifică a academicianului Emilian Dobrescu.

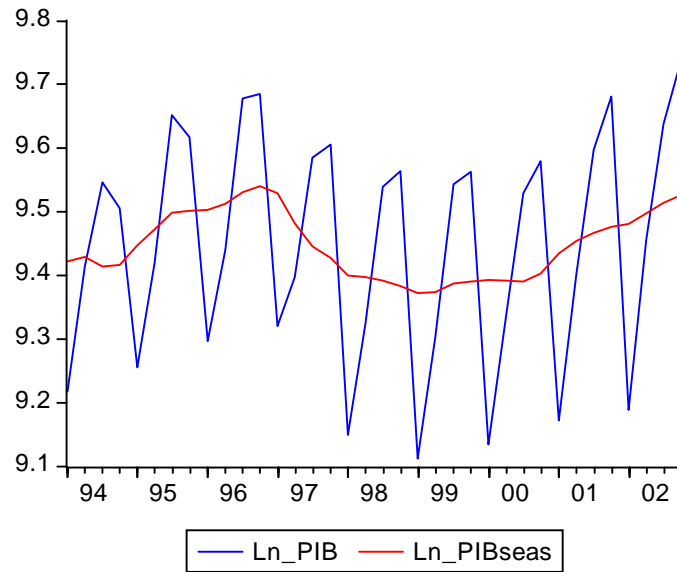
În prima parte a studiului estimăm modelul structural dat de ecuațiile (1)-(5) fără variabile explicative, transcris în spațiul stărilor conform (6)-(7), (8)-(12) cu variabila dependentă ( $y_t$ ) – logaritmul seriei PIB-ului. Această analiză ne va conduce la îmbunătățirea ulterioară a modelului luând în calcul anumite rupturi structurale în pantă sau puncte izolate.

Figura 5.1 prezintă evoluția seriei logaritmă a PIB-ului în perioada 1994-2002. Se observă un pronunțat caracter sezonier al seriei care ascunde comportamentul pe termen lung evidențiat de proprietățile trendului, precum și comportamentul pe termen mediu evidențiat de proprietățile ciclului. Astfel, primul pas care se impune în analiza noastră este înlăturarea sezonaliității. Seria desezonalizată va urmări tendința PIB-ului anual, dar va fi influențată în parte și de evenimentele specifice de la nivel trimestrial. Există două moduri de a lucra cu sezonaliitatea: fie să eliminăm sezonaliitatea și să aplicăm ulterior metoda filtrului Kalman asupra seriei desezonalizată, fie să estimăm componenta sezonieră în cadrul modelului împreună cu celelalte componente. Am ales a doua soluție (de fapt, modelul teoretic descris mai sus) deoarece experiența arată că există o interdependență între caracterul sezonier și caracterul ciclic al PIB-ului în economia românească.

Din literatură se cunoaște că sezonaliitatea este de trei tipuri: sezonaliitate trigonometrică și sezonaliitate dummy stohastică, precum și sezonaliitate fixă. Au fost estimate mai multe modele pentru fiecare “pattern” sezonier din care se constată că primele două tipuri produc în general rezultate asemănătoare, în timp ce sezonaliitatea fixă afectează proprietățile trendului și ale erorilor. Sezonaliitatea estimată de model este de natură stohastică, preluând o parte din tendințele aleatoare ale trendului și ale ciclului, și totodată eliminând termenul eroare ( $\varepsilon_t$ ) din ecuația principală (1).

**Figura nr. 1**

**Seriile logaritmizate ale PIB-ului și PIB-ului fără sezonaliitate**



Sursa: Institutul Național de Statistică și calcule proprii

Modelele univariate uzuale cu serii neobservabile au fost aplicate de Watson (1986) și Harvey – Jaeger (1986, 1993). Watson descompune seria PIB-ului într-un trend stochastic ( $\mu_t$  - PIB-ul potențial) și o serie reziduală ( $z_t$ ) - componenta ciclului de afaceri (obținută prin diferență). Trendul este modelat ca un drum aleator cu drift (pantă constantă -  $\beta$ ) iar componenta neregulată ( $z_t$ ) ca un proces autoregresiv AR(2). Jaeger consideră că și panta evoluează în timp sub forma unui drum aleator. Avem ecuațiile:

$$\begin{aligned}
 y_t &= \mu_t + z_t \\
 \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t \\
 \beta_t &= \beta_{t-1} + \xi_t \\
 z_t &= \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \kappa_t
 \end{aligned}$$

unde  $\beta_t = \text{constantă}$ : modelul Watson;  $\beta_t = \text{drum aleator}$ : modelul Harvey – Jaeger.

Cele două modele au fost adaptate la situația economiei românești considerând că seria  $z_t$  se descompune într-o componentă stochastică de natură ciclică ( $\psi_t$ ) conform ecuației (4) și o componentă sezonieră stochastică ( $\gamma_t$ ) conform ecuației (5). Pe de altă parte, deși în algoritmul de estimare a modelelor a fost specificată componenta aleatoare ( $\epsilon_t$ ), se constată de fiecare dată eliminarea acesteia din punct de vedere statistic.

Rezultatele empirice arată că abaterea standard a pantei este nulă în cazul Harvey – Jaeger, deci panta nu poate fi aleatoare (este constantă). Astfel, specificarea modelului Harvey – Jaeger conduce la rezultate identice cu cele ale modelului Watson pentru seria PIB-ului. Mai jos sunt date valorile hiperparametrilor pentru modelul Harvey estimat cu filtrul Kalman, după ce a fost transpus în reprezentarea spațiului stărilor (6)-(7), (8)-(12):

$$\begin{aligned}
 \sigma_\epsilon^2 = \sigma_\xi^2 = \sigma_\kappa^2 &= 0,00000000; \quad \sigma_\eta^2 = 0,00033308; \quad \sigma_\omega^2 = 0,00007465; \\
 \rho &= 1; \quad \lambda_c = 0,248337
 \end{aligned}$$

Valoarea estimată a frecvenței ciclului corespunde unei perioade de 25,301 trimestre, aproximativ 6 ani și 4 luni. Componenta ciclică este o undă sinusoidală cu amplitudine constantă. Toate seriile analizate nu prezintă elemente stocastice, cu excepția trendului și a componentei sezoniere. Ceilalți parametri importanți care indică gradul de validitate al modelului sunt:

- Convergență medie atinsă în 30 de iterații
- $R^2 = 0,958$ ;  $\sigma^2 = 0,00131$ ;  $Rd^2 = 0,977$
- $DW = 1,7135$ ;  $H(10) = 0,329$ ;  $Q(12, 6) = 11,272$ ;  $N = 2,158$

Dacă modelul este specificat corect, atunci, în cazul numărului mare de observații, DW are distribuția  $N(2, 4/T)$ ,  $H(m)$  are distribuția  $F(m,m)$  (ipoteza nulă = lipsa heteroscedasticității),  $Q(P, q)$  are distribuția  $\chi^2(q)$  (ipoteza nulă = lipsa autocorelației),  $N$  are distribuția  $\chi^2(2)$  (ipoteza nulă = distribuție normală a erorilor), unde:  $R^2$  este coeficientul de determinare;  $\sigma^2$  este dispersia erorilor previzionată un pas înainte;  $Rd^2$  este coeficientul de determinare al modelului în diferențe, egal cu 1 minus raportul dintre dispersia erorilor previzionată un pas înainte și dispersia seriei în diferențe. DW este statistica testului Durbin-Watson,  $H(m)$  este statistica testului pentru heteroscedasticitate (abaterea erorilor inegală) egală cu raportul dintre suma pătratelor reziduurilor pentru ultimele  $m$  observații și aceeași sumă pentru primele  $m$  observații ( $m$  este mai mic de o treime din numărul total de observații);  $Q(P, q)$  este statistica testului Box-Ljung pentru corelație serială a reziduurilor pentru primele  $P$  autocorelații iar  $q$  este egal cu  $P+1$  minus numărul de hiperparametri,  $N$  provine din testul de normalitate al lui Doornik și Hansen (1994).

Rezultatele testelor indică o corelație pozitivă slabă a erorilor și prezența heteroscedasticității. Probabilitatea unei distribuții normale a erorilor este de numai 34%. Valorile mari ale coeficienților de determinare  $R^2$  și  $Rd^2$  arată că modul în care a fost descompusă seria PIB-ului în componente neobservabile este satisfăcător. Modelul construit cu serii în nivele conduce la rezultate statistice mai bune decât un model cu serii în diferențe.

Parametrii de interes economic prezentați în Tabelul 1 sunt cei ai variabilelor neobservabile de la sfârșitul perioadei. Aceste valori cunoscute sub numele de "coeficienți estimați ai vectorului stării finale" (în general mărimi aleatoare) se folosesc pentru construirea seriilor în intervalul de prognoză. În tabel sunt date și abaterea pătratică medie R.m.s.e. (radicalul din eroarea pătratică medie) și valoarea testului-t pentru fiecare coeficient, necesare pentru testarea ipotezei nule ca valoarea coeficientului să fie zero.

**Tabelul nr. 1**

**Coeficienții estimați ai vectorului stării finale în modelul Harvey**

Variabilă	Coeficient	R.m.s.e.	Valoare - t	Probabilitate
Nivel	9,4633	0,022694	417	0,0000
Pantă	0,00011297	0,0032551	0,034706	0,9725
Ciclu_1	0,058762	0,016741		
Ciclu_2	-0,0010738	0,017450		
Sezon_1	0,13178	0,013337	9,8808	0,0000
Sezon_2	-0,21125	0,015521	-13,611	0,0000
Sezon_3	0,088115	0,010895	8,0874	0,0000

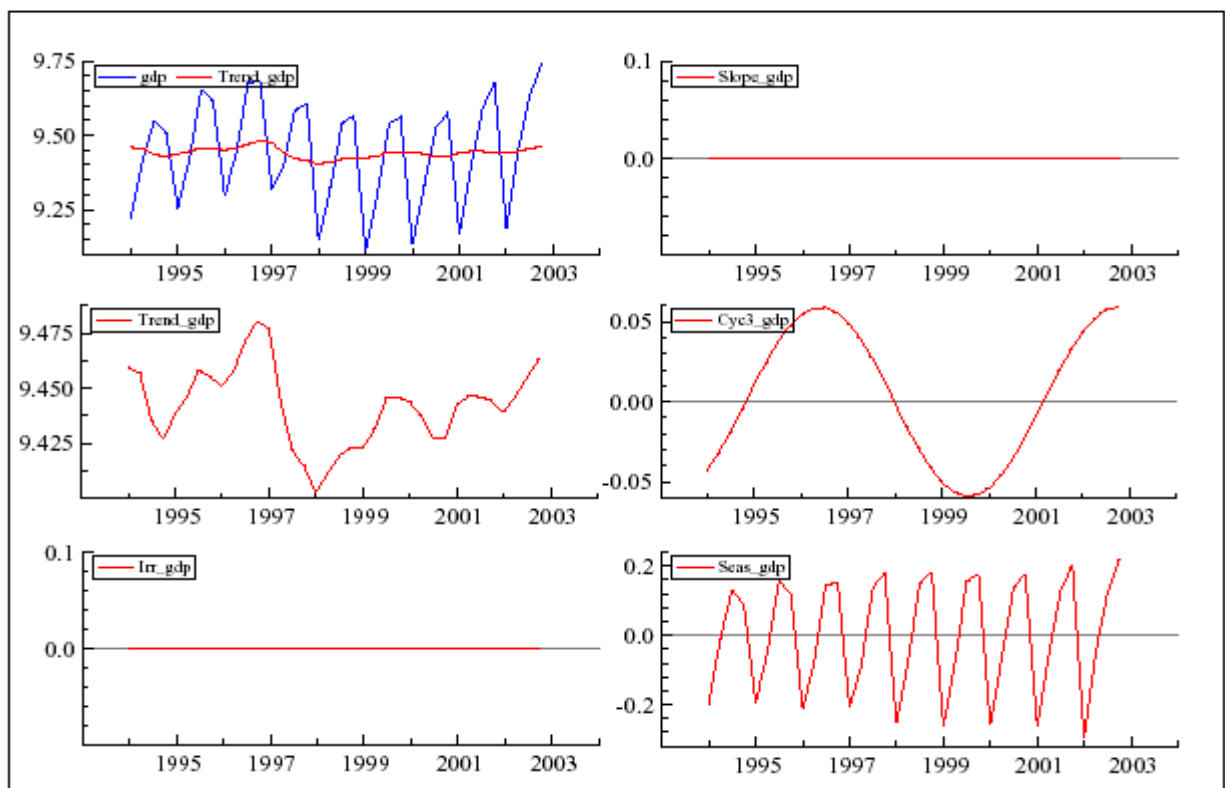


Valoarea mică a statisticii  $t$  pentru pantă justifică setarea acesteia la valoarea zero (0,00011) de-a lungul perioadei analizate (figura 2). În acest caz trendul are proprietatea unui drum aleator. Celelalte variabile prezintă valori semnificativ nenule, așa cum arată testul- $t$ .

În figura 2 sunt reprezentate grafic componentele PIB-ului în acord cu estimările modelului, adică trendul stohastic estimat, panta trendului egală cu 0,00011, ciclul determinist și componenta sezonieră stohastică modelată trigonometric. Caracterul stohastic al componentei sezoniere provine din modificarea pattern-ului specific perioadei 1994-1995 în care ultimul trimestru al anului are valori mai mici comparativ cu cel precedent, urmând ca din anul 1997 să avem o tendință uniform crescătoare pe trimestrele unui an.

**Figura nr. 2**

**PIB-ul pentru România în perioada 1994:01-2002:04 cu trend, componentă aleatoare, pantă, ciclu, componentă sezonieră**



Sursa: Institutul Național de Statistică și calcule proprii

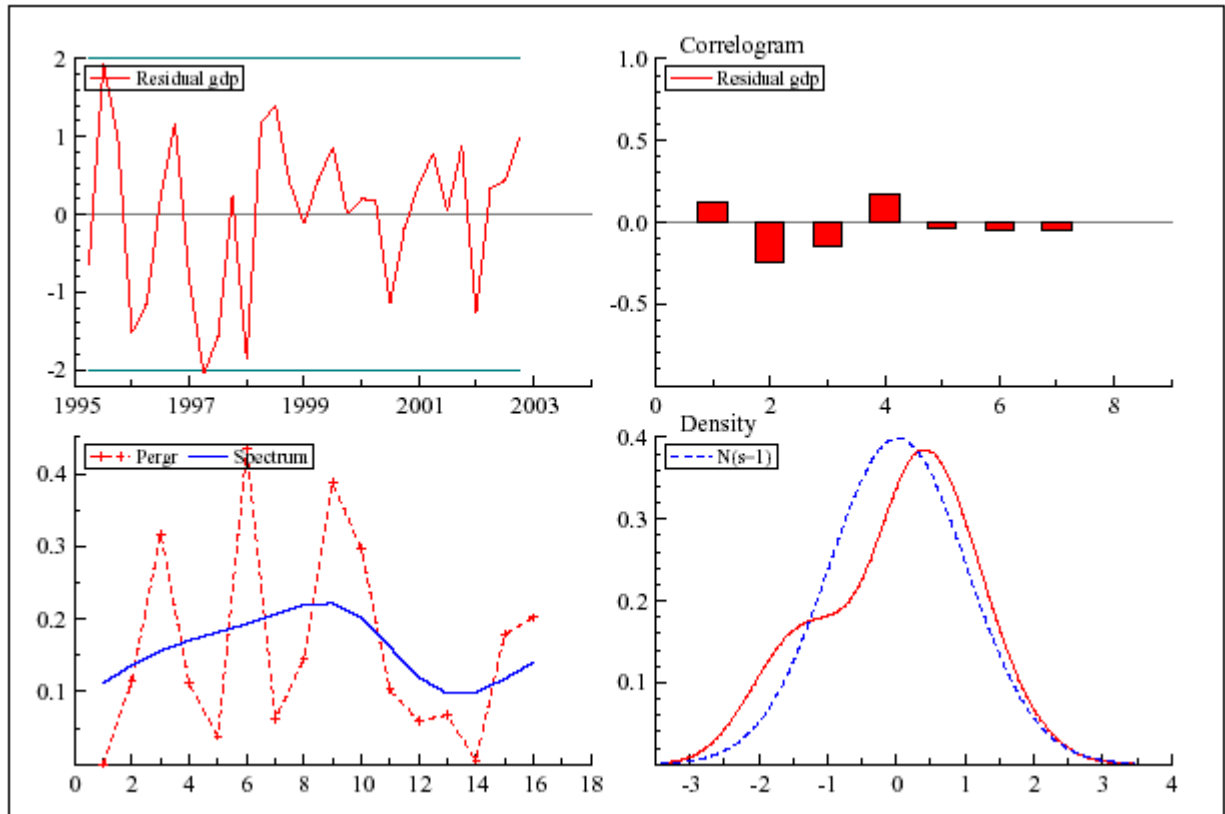
Distanța dintre punctele extreme ale trendului este  $D_{\text{trend}} = 0,077$ , în timp ce variația maximă a ciclului este  $D_{\text{ciclu}} = 0,117$ , iar a componentei sezoniere  $D_{\text{sezon}} = 0,514$ . Componenta sezonieră este aleatoare, dar amplitudinea incertitudinii la nivel de observație este de 20% comparativ cu incertitudinea indusă de trend. Astfel, modelul Harvey aplicat PIB-ului din economia românească arată că variația seriei este dominată de fenomenul sezonier având un grad de certitudine ridicat. Incertitudinea modelului este datorată trendului, celelalte componente fiind previzibile. Trendul fluctuează în jurul valorii medii de 9,442, distanța dintre punctele extreme fiind de 0,8%.

În figura 3 putem observa reziduurile modelului ajustat (încorporează influențele aleatoare din toate variabilele neobservabile), corelograma, periodograma cu densitatea

spectrală și distribuția reziduurilor. Funcția de distribuție estimată de model este comparată cu distribuția normală.

**Figura nr. 3**

**Reziduurile modelului ajustat: reziduurile, corelograma, periodograma, funcția de distribuție alături de graficul distribuției normale**

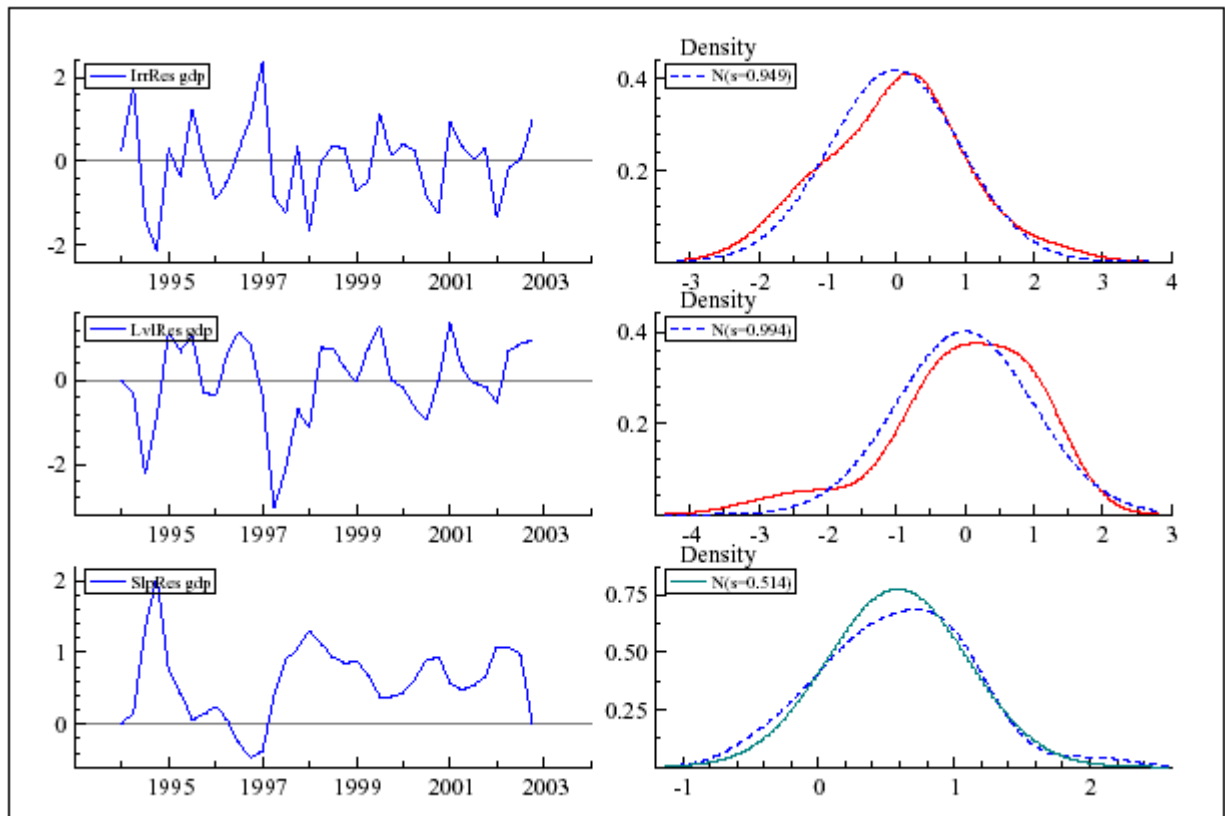


Pe baza argumentelor anterioare rezultate din testele statistice precum și din imaginea de ansamblu oferită de figurile 2-3, concluzionăm că modelul Harvey al PIB-ului trimestrial din economia românească este satisfăcător, dar necesită îmbunătățiri ulterioare. Modelul poate fi îmbunătățit prin introducerea unor variabile dummy, prag sau treaptă care să corecteze imperfecțiunile generate de punctele izolate și rupturile structurale. Prezența acestora poate fi detectată din analiza reziduurilor auxiliare ale seriei observate, nivelului și pantei, care sunt generate de algoritmul filtrului Kalman.

Graficele reziduurilor auxiliare alături de funcțiile de distribuție pentru modelul Harvey sunt prezentate în figura 4. Reziduurile auxiliare ale seriei observate ajung la valori ridicate în 1994:04 și 1997:01, ceea ce înseamnă că aplicarea unor intervenții impuls la aceste momente ar putea îmbunătăți rezultatele statistice ale modelului. Reziduurile auxiliare ale nivelului trendului au valori ridicate în 1994:03 și 1997:02, iar reziduurile auxiliare ale pantei în 1994:04. Acestea din urmă prezintă o distribuție de probabilitate mai îndepărtată de distribuția normală, comparativ cu reziduurile trendului și ale seriei observate, după cum ne indică statistica testului N al lui Doornik și Hansen (0,514, față de 0,994 și 0,949). Importanța rupturilor structurale în trend și pantă se poate observa numai după realizarea mai multor simulări cu variabile prag și pantă.

Figura 4

Reziduurile auxiliare pentru seria observată, nivel, pantă



Modelul Harvey prezintă inconvenientul unui trend stochastic. În cele ce urmează vom analiza cazul modelului având nivelul trendului setat la valoare fixă (în ecuația (2) a nivelului nu există termen stochastic). Simulările realizate cu seria PIB-ului arată că atât modelul cu pantă stochastică sau cel cu pantă constantă conduc la rezultate statistice identice; în ambele situații trendul estimat este unul liniar determinist. Hiperparametrii estimați cu filtrul Kalman sunt:

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \sigma_{\xi}^2 = 0,00000000; \sigma_{\kappa}^2 = 0,00023389;$$

$$\sigma_{\omega}^2 = 0,00007859; \rho = 0,9612; \lambda_c = 0,219257$$

Valoarea estimată a frecvenței ciclului corespunde unei perioade de 28,6568 trimestre, aproximativ 7 ani și 2 luni. Componenta ciclică este o undă sinusoidală care se aplatizează în timp cu un factor de amortizare de 96%. În acest model ciclul devine stochastic iar trendul determinist. Astfel, se constată preluarea incertitudinii conținută în trendul modelului Harvey de către componenta ciclică (majoritar) și aceea sezonieră ale modelului cu trend liniar determinist. Componenta sezonieră modelată trigonometric descrie un pattern apropiat de cel al modelului Harvey.

Pentru testarea validității au fost calculate statisticile:

- Convergență puternică atinsă în 21 de iterații
- $R^2 = 0,958$ ;  $\sigma^2 = 0,00131$ ;  $Rd^2 = 0,977$  – indentice cu statisticile Harvey
- $DW = 1,7183$ ;  $H(10) = 0,358$ ;  $Q(11, 6) = 9,3587$ ;  $N = 2,229$  – apropiate de statisticile Harvey – nu există diferențe între modele din punct de vedere al validității.

Vectorul stării finale împreună cu abaterea pătratică medie R.m.s.e. și valoarea testului-t pentru fiecare coeficient sunt prezentați în tabelul 5.2. În acest caz și panta are o valoare semnificativ nenulă la un nivel de semnificație de 10%.

**Tabelul nr. 2**

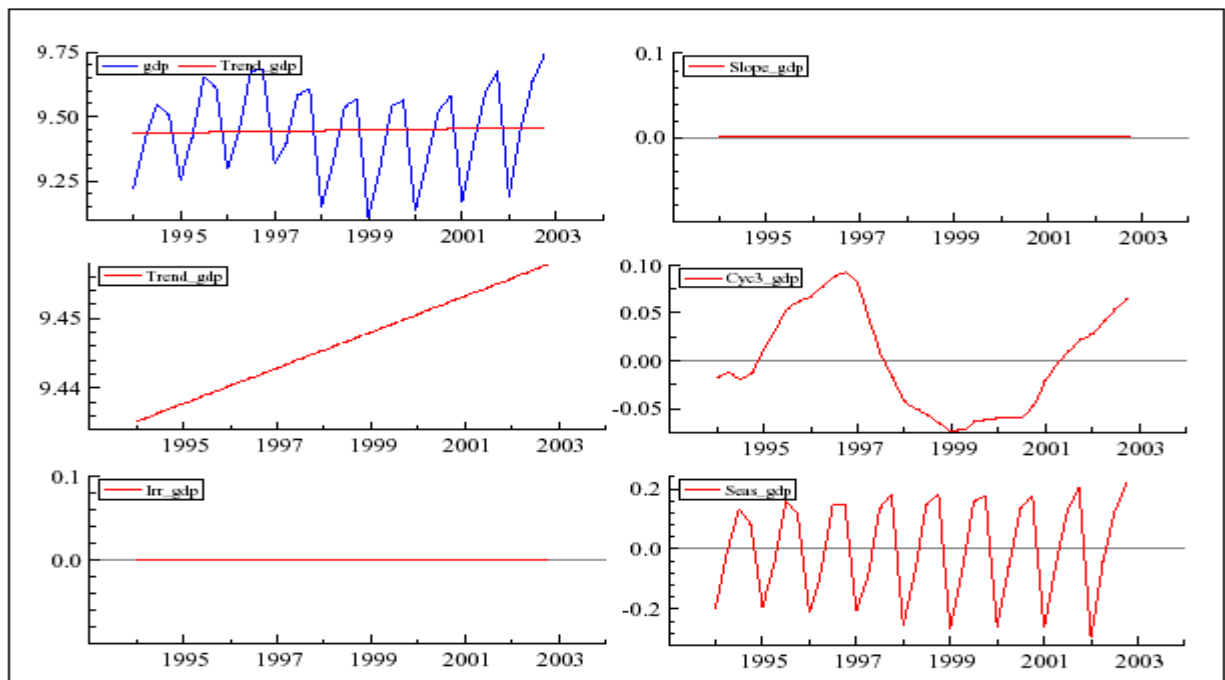
**Coeficienții estimați ai vectorului stării finale pentru modelul cu trend liniar determinist**

Variabilă	Coeficient	R.m.s.e.	Valoare - t	Probabilitate
Nivel	9,4577	0,031082	304,28	0,0000
Pantă	0,00064196	0,0016042	0,40018	0,6918
Ciclu_1	0,064644	0,030174		
Ciclu_2	0,024189	0,037368		
Sezon_1	0,13148	0,013261	9,915	0,0000
Sezon_2	-0,21180	0,015496	-13,667	0,0000
Sezon_3	0,088152	0,010898	8,0885	0,0000

În figura 5 sunt reprezentate grafic componentele PIB-ului în acord cu estimările modelului, adică trendul liniar determinist, panta trendului egală cu 0,000642, ciclul stochastic și componenta sezonieră stochastică modelată trigonometric. Caracterul stochastic al ciclului deformează pattern-ul sinusoidal pe termen lung și crește perioada ciclului de la 6 ani și 4 luni la 7 ani și 2 luni.

**Figura nr. 5**

**PIB-ul pentru România în perioada 1994:01-2002:04 cu trend determinist, componentă aleatoare, pantă, ciclu, componentă sezonieră**



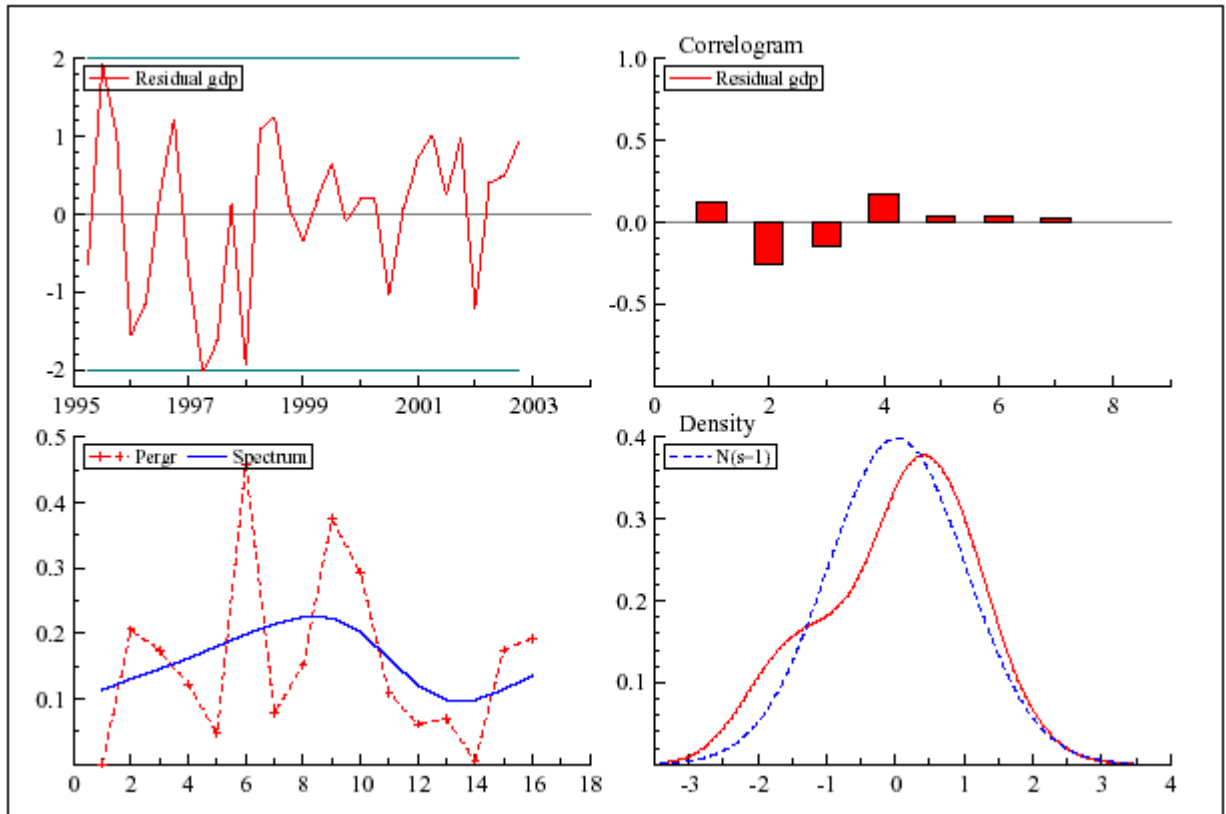
Sursa: Institutul Național de Statistică și calcule proprii

Distanțele dintre punctele extreme de variație ale trendului, ciclului și componentei sezoniere sunt  $D_{trend} = 0,022$ ;  $D_{ciclu} = 0,166$ ;  $D_{sezon} = 0,515$ . Modelul trendului liniar determinist aplicat PIB-ului din economia românească arată că variația seriei este dominată de sezonalitatea stochastică având un grad de incertitudine relativ redus și de către componenta ciclică stochastică având un grad de incertitudine

ridicat. Reziduurile modelului ajustat sunt analizate în figura 6. Ca și în cazul Harvey, se resimte influența negativă a perioadei 1994:01-1997:04 asupra proprietăților reziduurilor, îndepărtându-le de pattern-ul teoretic al distribuției normale. Mai mult, seriile reziduurilor pentru cele două tipuri de modele analizate sunt echivalente, așa cum se observă din figura 7.

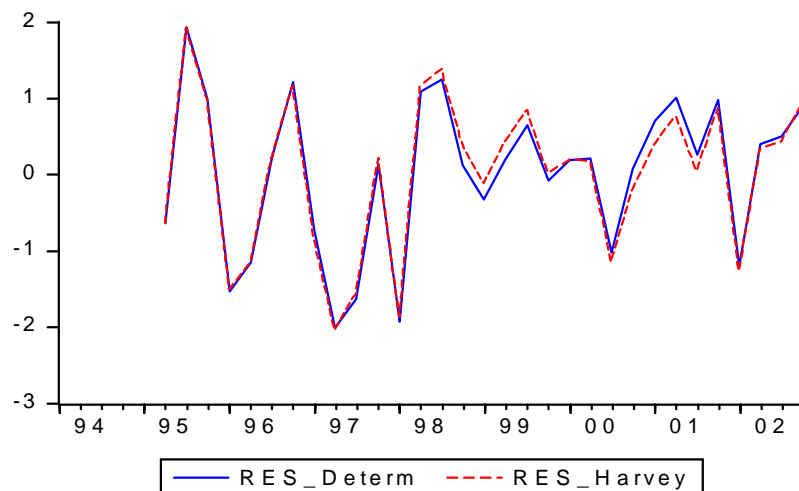
**Figura nr. 6**

**Reziduurile modelului ajustat, corelograma, periodograma, funcția de distribuție alături de graficul distribuției normale. Cazul trendului liniar determinist**



**Figura nr. 7**

**Comparație între reziduurile modelului Harvey și reziduurile modelului cu trend determinist**



Pe baza argumentelor rezultate din testele statistice precum și din comparația seriilor din figura 7, concluzionăm că modelul Harvey și modelul trendului determinist sunt echivalente din punct de vedere al gradului de validitate.

În final vom generaliza modelul univariat luând în considerare efectul rupturilor structurale și al punctelor izolate. Deoarece urmărim să estimăm un trend cu variație uniformă, vom introduce o schimbare structurală în pantă la momentul 1994:04 și un punct izolat în seria observată la momentul 1997:01 (conform proprietăților reziduurilor auxiliare estimate cu modelul Harvey). Ecuatiile modelului cu intervenții sunt conform cazului general (1) – (5) cu două variabile explicative:

$$z_{1,t} = 1 \text{ pentru } t = 13 \text{ (trim. 1997:01) și } 0 \text{ în rest}$$

$$z_{2,t} = 0 \text{ pentru } t < 4 \text{ (trim.1994:04) și } (t - 4) \text{ pentru } t \geq 4$$

Cu ajutorul algoritmului filtrului Kalman se estimează valorile hiperparametrilor, care se folosesc mai departe la generarea seriilor neobservabile:

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = 0,00000000; \sigma_{\eta}^2 = 0,00000071; \sigma_{\xi}^2 = 0,00007399; \sigma_{\kappa}^2 = 0,00000141;$$

$$\sigma_{\omega}^2 = 0,00007422 ; \rho = 0,9645; \lambda_c = 0,154632$$

Toate componentele analizate conțin elemente stochastice. Valoarea estimată a frecvenței ciclului corespunde unei perioade de 40,6331 trimestre, aproximativ 10 ani și 2 luni. Componenta ciclică este o undă sinusoidală care se aplatizează în timp cu un factor de amortizare de 96%, având o amplitudine neglijabilă comparativ cu dimensiunea variației celorlalte componente (figura 8). Componenta sezonieră modelată trigonometric descrie un pattern apropiat de cel al modelelor precedente. Valorile statisticilor pentru testarea gradului de validitate al modelului sunt:

- Convergență slabă atinsă în 34 de iterații
- $R^2 = 0,960$ ;  $\sigma^2 = 0,00126$ ;  $Rd^2 = 0,978$
- $DW = 1,7078$ ;  $H(10) = 0,41949$ ;  $Q(12, 6) = 6,2185$ ;  $N = 7,9506$

Gradul de validitate este redus comparativ cu cel al modelelor precedente, reziduurile îndepărtându-se de distribuția normală (valoarea ridicată a statisticii N). Vectorul stării finale împreună cu abaterea pătratică medie R.m.s.e. și valoarea testului-t pentru fiecare coeficient sunt prezentați în tabelul 3. Toți coeficienții sunt statistic diferiți de zero; se observă valoarea aproape neglijabilă a componentei ciclice.

**Tabelul nr. 3**

**Coeficienții estimați ai vectorului stării finale**

Variabilă	Coeficient	R.m.s.e.	Valoare - t	Probabilitate
Nivel	9,5252	0,013693	695,63	0,0000
Pantă	0,014185	0,012937	1,0965	0,2813
Ciclu_1	0,00008353	0,0044914		
Ciclu_2	0,00017151	0,0044903		
Sezon_1	0,12950	0,011551	11,211	0,0000
Sezon_2	-0,21245	0,013839	-15,352	0,0000
Sezon_3	0,087192	0,0098667	8,837	0,0000

De asemenea, se impune verificarea semnificației variabilelor explicative (intervențiile tip variabilă dummy și variabilă pantă). În tabelul 4 sunt date valorile estimate ale coeficienților acestor variabile împreună cu abaterea pătratică medie R.m.s.e. și valoarea testului-t pentru fiecare coeficient. Valorile testului t indică faptul că sunt semnificative schimbarea structurală în pantă și punctual izolat în seria observată a PIB-ului. De fapt, punctul izolat asociat cu  $z_{1,t}$  corespunde perioadei de la începutul anului 1997 când prețurile au explodat în economia românească.

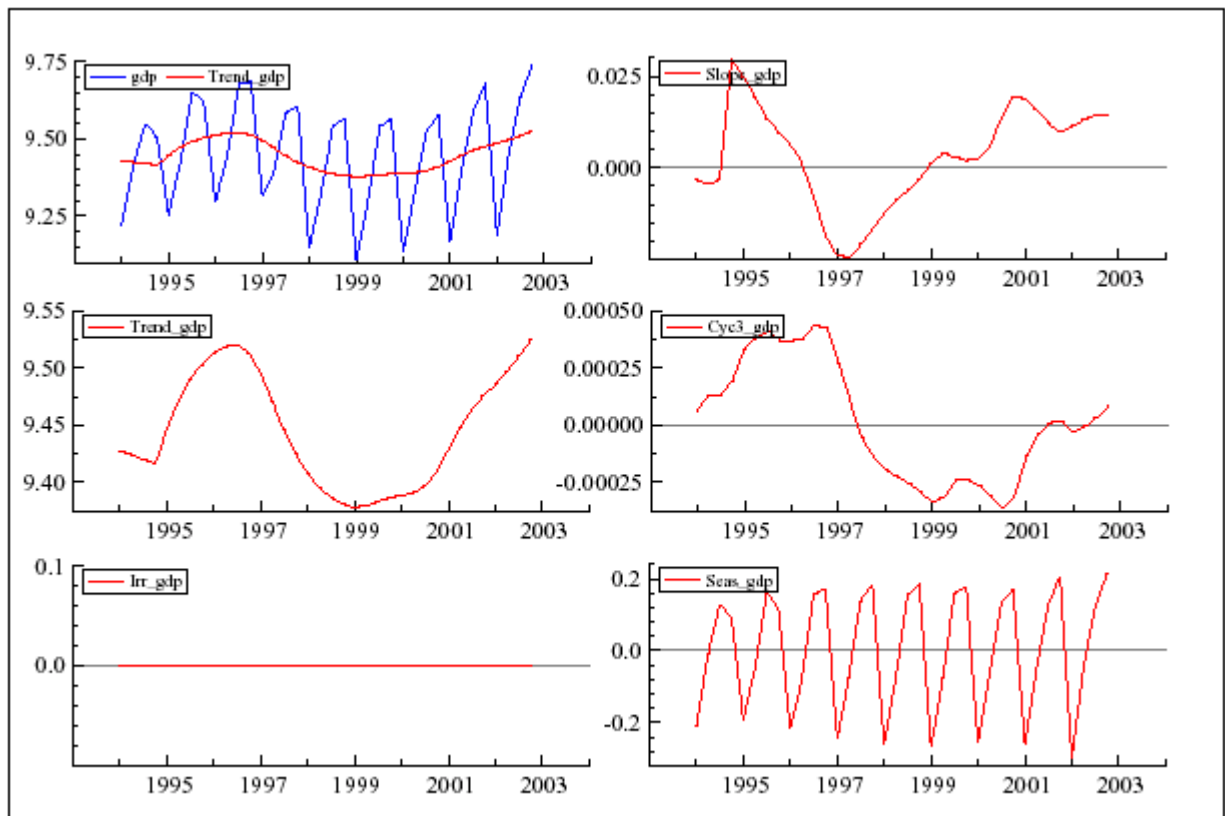
**Tabelul nr.4**

**Coeficienții estimați ai variabilelor explicative**

Variabilă	Coeficient	R.m.s.e.	Valoare - t	Probabilitate
$z_{1,t}$	0,070162	0,022179	3,1635	0,0035
$z_{2,t}$	0,032733	0,018232	1,7953	0,0824

**Figura nr. 8**

**PIB-ul trimestrial în perioada 1994:01-2002:04 cu componente aleatoare: trend, pantă, ciclu, sezonaliitate**

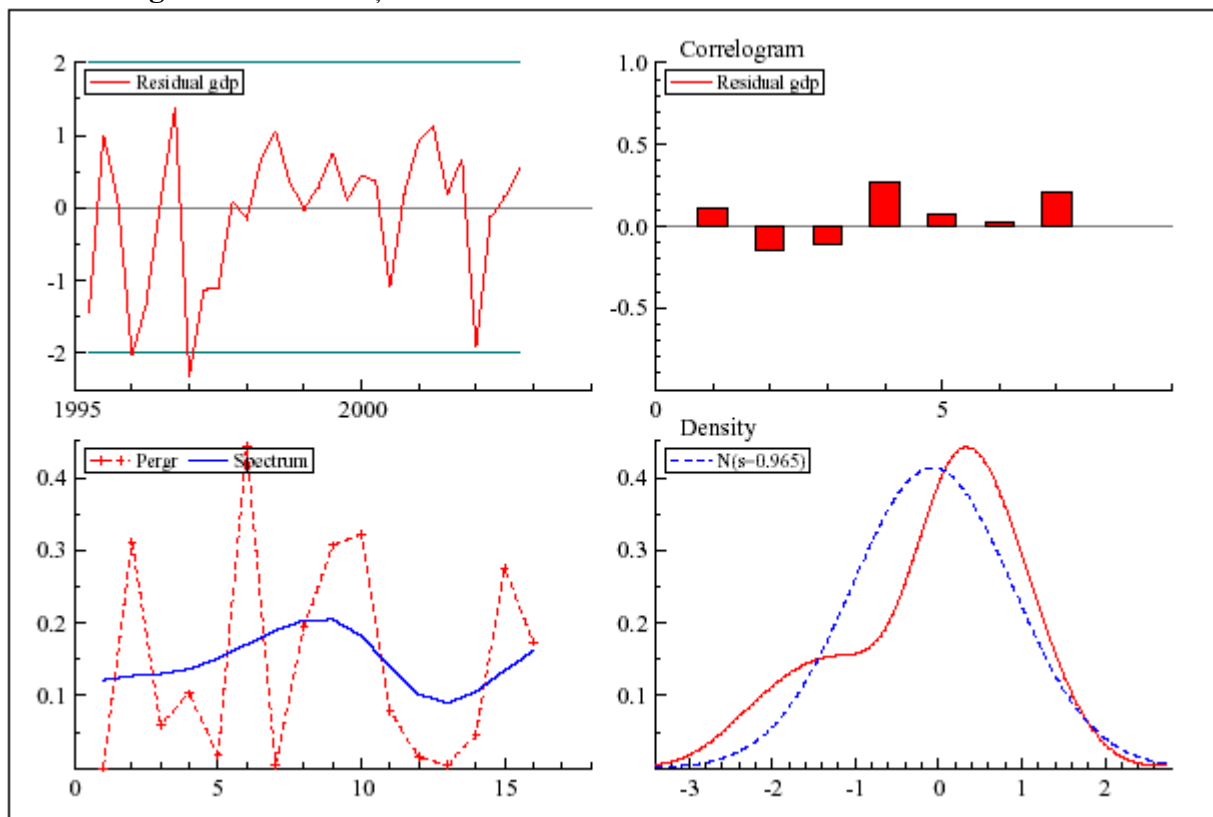


Sursa: Institutul Național de Statistică și calcule proprii

Modelul cu intervenții impune trendului o evoluție oscilantă, în detrimentul componentei ciclice care devine neglijabilă în amplitudine. Perioada ciclului depășește 10 ani apropiindu-se mai degrabă de scala domeniului pe termen lung decât al celui pe termen mediu. Distanțele dintre punctele extreme de variație ale ciclului, trendului și componentei sezoniere sunt în raportul  $D_{ciclu}: D_{trend}: D_{sezon} = 0,008: 0,147: 0,514 = 1: 184: 646$ . Reziduurile modelului ajustat sunt analizate în figura 9. Se observă o autocorelație semnificativă de "lag" 4, iar forma distribuției de probabilitate se îndepărtează de pattern-ul teoretic al distribuției normale.

Figura nr. 9

Reziduurile modelului ajustat, corelograma, periodograma, funcția de distribuție alături de graficul distribuției normale. Cazul modelului cu schimbări structurale



Din analiza testelor de validitate și a seriilor din figurile 8-9, concluzionăm că modelul cu intervenții este mai greu acceptabil din punct de vedere al verificării ipotezelor econometrice, comparativ cu celelalte două modele precedente. Câteva concluzii de ordin mai general, pe care le prezentăm în continuare, de asemenea se impun.

În această secțiune a studiului am analizat trei modele pentru estimarea componentelor neobservabile ale PIB-ului trimestrial din economia românească pentru perioada 1994:01 – 2002:04: modelul Harvey, modelul cu trend determinist, modelul cu intervenții structurale. Menționăm că datele statistice au fost calculate de autori cu asistență din partea unor specialiști ai INS și pe baza publicațiilor „*Dihotomia real-nominal în economia românească de tranziție*” – Emilian Dobrescu (1997), CESTAT și buletinul lunar al INS. Prelucrările au fost realizate sub coordonarea științifică a academicianului Emilian Dobrescu. Scopul analizei de față este extragerea componentei trend din seria observată în ipoteza că trendul estimează PIB-ul potențial.

PIB-ul potențial din modelul Harvey este de natură stochastică, în timp ce modelul cu trend determinist îl estimează sub forma unei drepte crescătoare. De asemenea, în primul caz se obține un ciclu determinist cu o perioadă de 6 ani și 4 luni; în al doilea caz ciclul este stochastic și are perioada medie de 7 ani și 2 luni. Dimensiunile benzilor de variație ale PIB-ului potențial, componentei ciclice și componentei sezoniere se află în raportul:  $D_{trend} : D_{ciclu} : D_{sezon} = 0,077 : 0,117 : 0,514$ , (cazul Harvey), respectiv  $0,022 : 0,166 : 0,515$  (cazul trendului liniar determinist).



Din testele statistice se constată echivalența primelor două modele din punct de vedere al gradului de validitate. Astfel, alegerea unuia sau a celuilalt va depinde numai de raționamente de natură economică: economia românească în tranziție are un comportament aleator pe termen lung (trend stochastic) și previzibil pe termen scurt (ciclu determinist) sau invers?

Pentru a completa analiza am testat un model multivariat cu o schimbare structurală a pantei în trimestrul 1994:04 și cu un punct izolat în seria observată a PIB-ului în trimestrul 1997:01. Această alegere este recomandată de rezultatele statistice ale modelelor precedente. Modelul cu intervenții caracterizează o economie în care politicile au efect după o perioadă mai îndelungată, datorită unei adaptări lente la schimbările induse. Totuși, din punct de vedere statistic, acesta nu verifică cerințele impuse de ipotezele econometrice, fiind mai puțin preferat celorlalte două modele univariate.

### **Bibliografie selectivă:**

Bucsa Dan (2002): Dissertation paper "Output Gap Estimation Using Unobserved Component Models"; Supervisor: PhD. Professor Moisă Altăr; The Academy of Economic Studies Bucharest, Doctoral School of Finance and Banking; [http://www.dofin.ase.ro/Working\\_papers/](http://www.dofin.ase.ro/Working_papers/);

Cerra V. și S. Chaman Saxena (2000): "Alternative Methods of Estimating Potential Output and the Output Gap: An Application to Sweden", *IMF Working Paper* 00/59;

Claus Iris (1999): "Estimating Potential Output for New Zealand", Reserve Bank of New Zealand, *Discussion Paper Series, No. 3*, July;

Conway Paul și Ben Hunt (1997): "Estimating Potential Output – a semi-structural approach", *Discussion Paper Series, No. 9*, December;

Croitoru Lucian, Doltu Claudiu și Tărhoacă Cornel (2001): "Gap-ul produsului intern brut și inflația – cazul României", *Oeconomica, nr. 2*, București;

De Masi P.R. (1997): "IMF Estimates of Potential Output: Theory and Practice", *IMF Working Paper No 177*.

Dobrescu Emilian (1997): "Dihotomia real-nominal în economia românească de tranziție", *Revista Economia Aplicată - Supliment*, CEMAT, București.

Gerlach S. și Smets F. (1997): "Output Gap and Inflation: Unobservable Components Estimates for the G-7 Countries", *Bank of International Settlements mimeo*, Basel;

Harvey A. C. și Jaeger A. (1993): "Detrending, Stylized Facts, and the Business Cycle", *Journal of Applied Econometrics*, 8, p. 231-247;

Kamada K. și Masuda K. (2000): "Effects of Measurement Error on the Output Gap in Japan", Bank of Japan, *Research and Statistics Department Working Paper No. 00-15*;

Kikian Maral (1999): "Measuring potential Output within a State-Space Framework", Bank of Canada, *Working Paper No. 9*, April;

Kuttner K. N. (1994): "Estimating Potential Output as a Latent Variable", *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, p. 361-368;

Roldos J (1997): "Potential output growth in Emerging Market Countries: The Case of Chile", *IMF Working Paper, No. 104*;

Scott Alasdair (2000): "A Multivariate Unobserved Components Model of Cyclical Activity", Reserve Bank of New Zealand, *Discussion Paper Series, No. 4*, January.