

Cuantificarea incertitudinii folosind tehnicile de simulare stohastică*

Bianca Păuna[†]

Abstract:

Lucrarea prezintă modul de a cuantifica incertitudinea în cazul modelelor economice, datorită faptului că în ecuațiile comportamentale coeficienții econometrici sunt variabile aleatoare și nu se cunoaște valoarea lor, ci numai un estimat al acesteia. Aplicând metode de simulare stohastică, obținem în locul unui estimat, o distribuție a coeficienților econometrici, calculați cu ajutorul bootstrapării. Folosind valorile calculate ale coeficienților econometrici, se poate calcula distribuția variabilei de interes și se pot obține probabilitățile asociate diverselor intervale de variație, cu alte cuvinte **se poate cuantifica incertitudinea privind valorile variabilei**.

Introducere

Procesul de modelare presupune o reprezentare simplificată a realității. Modelele conțin pe lângă ecuații contabile[‡] și identități, anumite ecuații econometrice numite și comportamentale, care sunt introduse pentru modelarea unor aspecte mai complicate ale variabilelor econometrice. Fiecare autor, pe baza experienței acumulate, beneficiind și de sprijinul teoriilor economice, construiește modelul econometric, pe care îl folosește ulterior pentru obținerea de prognoze. În cadrul fiecărei etape de modelare există o doză mai mare sau mai mică de subiectivism, care se transformă în **incertitudine** asupra valorii prognozate. Lăsând la o parte decizia privind sursa datelor, de multe ori aceeași serie de date poate veni din mai multe surse, și chiar prelucrarea datelor (se folosesc date desezonalizate, dacă da, cu ce metodă?, datele sunt transformate în indici sau rate de creștere?, etc.) se pot identifica în cadrul procesului de modelare câteva surse de incertitudine. Ca de exemplu, decizia de împărțire a variabilelor în variabile endogene sau exogene, decizia privind ce variabile contribuie la determinarea variabilelor endogene, decizia privind metoda de estimare aleasă.

* Capitol elaborat în cadrul proiectului "Modelarea și evaluarea impactului investițiilor naționale și internaționale asupra pieței muncii și evoluțiilor macroeconomice în România", Contract MEC 91-052/ 10 September 2007.

[†] Cercetător la Institutul Național de Cercetări Economice, Centrul de Modelare Macroeconomică.

[‡] Exemplu de ecuație contabilă și/sau identitate este definirea produsului intern brut prin însumarea componentelor, fie pe partea de producție sau pe partea de venit.

În primul rând, orice model este o simplificare a realității, iar acest lucru este dat de mai multe aspecte. Complexitatea relațiilor economice este foarte mare, și nu acestea nu pot fi reproduse în modele identice, în principal datorită faptului că anumite aspecte sunt secundare ca interes și influență, dar și datorită restricțiilor introduse de numărul gradelor de libertate. În al doilea rând, ecuațiile de regresie conțin un termen aditiv implicit care corespunde unei erori cu media diferită de zero.

O altă sursă de incertitudine este introdusă de prezența coeficienților econometrici. Ecuațiile comportamentale introduse de modelator în cadrul modelului sunt estimate cu ajutorul datelor, iar ceea ce se obține sunt coeficienții de regresie. Acești coeficienți de regresie conin incertitudinea în ei, datorită faptului că sunt variabile aleatoare, estimate pe baza unei serii de date. Dacă seria de date se schimbă, apar anumite date mai noi, atunci coeficienții estimați se schimbă și ei, deci implicit, și valorile prognozate.

A patra sursă de incertitudine vine de la valoarea variabilelor exogene. Orice model conține pe lângă variabilele endogene, modelate în cadrul acestuia, și variabile exogene. Acestea sunt variabile de politici (ca de exemplu diversele rate de taxare), sau variabile care din diverse motive nu sunt modelate în sistem[§], dar pot fi și variabile internaționale. În cadrul prognozelor econometrice acestor variabile trebuie să li se atașeze valori pentru întregul interval de prognoză. Modul în care modelatorul face acest lucru depinde de la caz la caz. De multe ori, modelatorul, bazându-se pe experiența lui și pe capacitatea de intuiție a condițiilor economice interne și internaționale, fixează valoarea variabilelor exogene. O altă soluție adoptată, este rulara unei ecuații suplimentare de determinare a variabilelor exogene, pe baza căreia se obțin valorile care vor fi introduse în prognoze.

Cu excepția primei surse de incertitudine, toate celelalte surse de incertitudine pot fi cuantificate cu ajutorul tehnicilor de simulare stohastică. Iar instrumentul folosit pentru aceasta este simularea stohastică. Scopul lucrării este de a arăta modul în care tehnicile de simulare stohastică pot fi folosite pentru a evalua incertitudinea dintr-un sistem econometric. Aplicația se face asupra unei funcții de investiție, un model simplificat care conține numai o ecuație, dar scopul este mai mult de exemplificare a modului de folosire a metodei, decât de a genera prognoze privind valorile investițiilor în perioada viitoare.

[§] Nu toate aspectele economice pot fi/sunt modelate implicit în sistem, datorită aspectelor legate de gradele de libertate, dar și datorită reducerii complexității la minimum.

Simularea stohastică ca metodă de cuantificare a riscului prognozelor

Cea mai mare parte a studiilor economice se opresc odată cu estimarea modelului și calculul valorilor prognozate. Deși istoria simulării stohastice în macroeconomie este lungă, ea a debutat cu lucrarea lui Adelman și Adelman (1959), în care s-a introdus ideea de a extrage erori pentru analiza proprietăților econometrice ale modelelor, studiile în care se analizează din punct de vedere statistic prognozele nu sunt foarte numeroase.

O metodologie care poate fi folosită exact în scopul analizării proprietăților modelelor este simularea stohastică. Ideea pe care se bazează metoda de simulare stohastică este generarea unui număr suficient de mare de prognoze astfel încât să se poată construi intervale de variație a valorii prognozelor, sau chiar probabilități asociate diverselor valori. Aceste distribuții de valori pentru variabilele prognozate pot fi construite în mai multe feluri. Cel mai răspândit mod în literatură este folosirea unui generator (pseudo)aleator de numere aleatoare^{**} (care există în toate programele uzuale), pentru generarea unor erori ale modelului. Aceste erori sunt adăugate la model, care este rezolvat în mod repetat, iar la fiecare rezolvare se obține o soluție. Soluțiile obținute sunt examinate pentru a se studia proprietățile modelului. În acest fel se dorește îndepărtare incertitudinii privind sensibilitatea prognozelor la sursele de eroare investigate de autor. Rezultatele pot fi interpretate și din punctul de vedere al robusteții și stabilității modelului investigat.

Această metodă poate fi aplicată și în scopul furnizării de prognoze sub forma de interval de variație al indicatorilor împreună cu probabilitățile asociate. Informația prezentată sub această formă este mult mai folositoare pentru decidenți. Diferența între cele două aplicații vine numai din punct de vedere al scopului folosirii acestei metode și sub forma modului de prezentare al rezultatelor. Un exemplu este în cazul în care se dorește să se calculeze care este probabilitatea ca în intervalul următor un indicator să fie sub o anumit prag (să nu fie creștere economică, inflația să fie peste 5%, deprecierea ratei de schimb să fie peste 5%, rata somajului să depășească 10%). În acest caz, se calculează, cu ajutorul distribuției indicatorului frecvența evenimentului în numărul total de cazuri.

Deși acest instrument este foarte interesant pentru validarea unui model, este surprinzător cât de puțini autori recurg la acest instrument. Marea majoritate a studiilor investighează

^{**} În general se alege distribuția normală ca sursă de generare a numerelor.

proprietățile metodologiei de simulare stohastică și dau numai ca exemplu aplicarea acesteia în verificarea proprietăților modelelor economice.

Lucrarea lui McWhorter, Spivey, and Wroblewski (1976) aplică simularea stohastică în contextul filtrului Kalman în scopul analizării consecințelor posibile datorită erorilor în specificarea ecuațiilor comortamentale. În general acești coeficienți sunt aleși arbitrari, și de aceea, lucrarea investighează cu ajutorul instrumentului de simulare stohastică efectul alegerii unor coeficienți greșii.

Lucrarea lui Franz, Goggelmann, Schellhorn and Winker (1998) are ca scop testarea robusteții predicțiilor diverselor scenarii de politici obținute cu ajutorul macromodelului economiei Vest Germane. Prezența ne-liniarităților, care apar în aproape toate modelele macroeconomice, face ca instrumentul cel mai adecvat pentru construirea intervalelor de încredere ale coeficienților să fie simularea stohastică. În plus, autorii au dorit să testeze și robustețea rezultatelor obținute prin folosirea diferitelor metodologii de simulare stohastică, inclusiv tehnici Monte-Carlo. În această lucrare au fost comparate pe baza deplasării estimatorilor diverse metode de generare a erorilor, și cea cu care au fost obținute rezultatele cele mai bune a fost cea care folosea algoritmi pentru generarea de numere pseudo-aleatoare.

Winker (1998) prezintă în lucrarea sa utilitatea metodelor de simulare stohastică, în comparație cu prognozele punctuale, datorită faptului că prezintă o cantitate de informație mult mai mare. În plus, autorii recomandau folosirea tehnicilor Monte-Carlo, pentru a evita problemele asociate cu algoritmi de generare a numerelor pseudo-aleatoare, adică faptul că acestea s-ar putea să nu fie aleatoare.

Procedura de simulare stohastică este prezentată într-o lucrare de Fair(1993). Aplicabilitatea metodei este gândită de autor în mod special pentru asocierea de probabilități diferitelor stări economice. Metodologia descrisă în lucrare se bazează pe ipoteza că distribuția erorilor/coeficienților este normală sau este cunoscută. În prima etapă se calculează soluția deterministă, prin rezolvarea în mod tradițional a modelului. Soluțiile suplimentare sunt obținute prin rezolvarea modelului cu erori extrase din distribuția normală (sau distribuția de probabilitate presupusă cunoscută). Pe baza acestor rezultate, se calculează valoarea așteptată și varianța variabilelor endogene.

O procedură similară se folosește și atunci când se dorește analizarea incertitudinii coeficienților din ecuațiile comportamentale. În mod similar, coeficienții sunt extrai dintr-o distribuție normală. (sau distribuția cunoscută), iar modelul este rezolvat în fiecare caz în parte. Similar, se calculează valorile așteptate și varianța variabilelor de interes.

Cea de-a treia sursă de erori posibile, variabilele exogene, sunt mai dificil de implementat deoarece nu se cunoaște distribuția de probabilitate a acestora. Ele sunt considerate fixe, predeterminate în afara modelului. Din acest motiv, este necesar să se facă ipoteze privind funcția de distribuție a variabilelor exogene. O soluție este să se estimeze funcțiile de distribuție pe baza valorilor trecute. Alternativ, variabilele exogene pot fi modelate cu ajutorul modelelor autoregresiv sau cu modelele vector autoregresiv, după care sunt introduse în model și estimate simultan odată cu restul variabilelor endogene. În etapa a doua se trece la calculul probabilităților diverselor stări.

O altă lucrare interesantă este lucrarea lui Gajda, J. B. and A. Markowski (1998). Scopul lucrării este să investigheze proprietățile modelului KOSMOS prin calculul erorilor de prognoză. Autorii investighează studiul următoarelor aspecte:

- efectul unui șoc aleator;
- efectul unei variații aleatoare în parametrii estimați ai ecuațiilor comportamentale;
- efectul generat de propagarea erorilor atunci când se construiește prognoza pe mai multe perioade de timp.

În lucrare autorii au fost interesați în verificarea a trei aspecte privind modelul:

- diferența dintre prognoza deterministă (soluția modelului obținută în mod tradițional) și media prognozelor stohastice;
- deviația standard a prognozei stohastice (o deviație standard mare este un semn că modelul este vulnerabil la șocuri);
- distribuția prognozei stohastice.

Din punct de vedere metodologic, șocurile aleatoare au fost introduse cu ajutorul unui generator de numere pseudo-aleatoare, iar șocurile au fost aplicate celor mai importante ecuații ale modelului. Acesta a fost rezolvat pentru 13 perioade bi-anuale. Fiecare ecuație este supusă la două posibile surse de eroare, prima este inclusă în mod aditiv în ecuație, și corespunde unei erori de medie diferită de zero. Al doilea experiment include, în afara

ocurilor aleatoare în eroare, ocuri aleatoare și în coeficienții estimați, cu excepția variabilelor dummy și termenelor constante din ecuațiile comportamentale. Acest tip de analiză a ajutat la identificarea ecuațiilor comportamentale care necesitau mai mult lucru pentru a îmbunătăți proprietățile prognozelor.

Similar articolului anterior este și lucrarea Lanser, D. și Kranendonk, H., (2008) în care autorii și-au propus să investigheze patru surse de incertitudine ale modelului SAFFIER și anume, în folosirea datelor provizorii în absența celor finale, în variabilele exogene, a căror valoare viitoare este necunoscută la momentul calculului prognozei, în parametrii modelului, care sunt variabile aleatoare, și în reziduurile din ecuațiile comportamentale, care corectează pentru greșelile în specificarea modelului.

Tehnica aplicată este simularea Monte Carlo pentru calculul erorilor standard pentru variabilele de interes pe termen scurt dar și pe termen mediu. Autorii își propun să identifice informații suplimentare privind incertitudinea prin descompunerea erorilor de prognoză în componente care pot fi asociate diferitelor surse de incertitudine. Această analiză poate fi folosită și la prioritizarea direcțiilor de îmbunătățire a modelului, pentru că identifică zonele unde îmbunătățirea poate asigura reducerile cele mai importante în incertitudine.

Rezultatele obținute de autori au demonstrat că principala contribuție la deviația standard a prognozei în cazul unui interval de 4 ani este introdus de variabilele exogene. Deviația standard a unei prognoze pe termen scurt este influențată atât de incertitudinea din variabilele exogene, cât și de datele provizorii. Din cele nouă variabile macroeconomice importante analizate, variabila investiții este cea mai sensibilă la cele patru surse de incertitudine. Odată cu trecerea timpului, și exporturile și salariile încep să aibă varianțe mari.

Din studiul lucrărilor care folosesc metodologia de simulare stohastică se poate concluziona că aceasta a fost dezvoltată pentru a verifica proprietățile modelelor cu privire la ocuri aleatoare, adică efectul pe care erorile le au asupra prognozelor, efectul pe care erorile în coeficienți le au asupra prognozelor și efectele pe care erorile în variabilele exogene le au asupra valorilor prognozate. Metodologia nu este dificilă, dar este foarte intensivă din punct de vedere computațional.

În mod evident, în funcție de forma funcțională a ecuațiilor incluse modelul poate fi liniar sau neliniar. Modelele liniare pot fi rezolvate, după ce se obține forma redusă, fără să fie nevoie să

se recurgă la metode iterative. Atunci când modelul conține j ecuații neliniare, soluția este aproximată cu ajutorul diverselor metode numerice. Cum marea majoritate a modelelor au j ecuații neliniare, acestea pot fi rezolvate numai cu ajutorul metodelor iterative. Această metodă de obținere a soluțiilor presupune că nu există incertitudine în model, coeficienții ecuațiilor comportamentale (care sunt estimări ai coeficienților adevărați) sunt fixați și erorile sunt presupuse că sunt zero. Această soluție poartă numele de soluție deterministă.

Presupunem că avem un model:

$$f_i(y_{it}, y_{i(t-1)}, \dots, x_t, \alpha_i) = u_{it}$$

unde: y_{it} sunt variabilele endogene;

x_t sunt variabilele exogene;

α_i sunt coeficienții econometrici;

u_{it} este eroarea;

$i=1, \dots, n, t=1, \dots, T$.

Indicele i este folosit ca indice pentru ecuații, din care primele j sunt ecuații comportamentale. Se consideră că vectorul termenilor de eroare $u_t = (u_{1t}, u_{2t}, \dots, u_{nt})'$ este distribuit ca o distribuție multivariată normală $N(0, \Sigma)$. Din punct de vedere computațional, verificarea proprietăților modelului în prezența erorilor aleatoare se face în modul următor. Se calculează matricea varianță – covarianță Σ ale erorilor vectorului coeficienților care sunt obținuți prin rezolvarea modelului. Din distribuția multivariată normală se extrag termeni de eroare aleatori, și se calculează soluția modelului. Dacă operația este repetată nu număr suficient de ori, se obține distribuția variabilelor, care este apoi folosită pentru a identifica proprietățile modelului.

Metodologia diferă foarte puțin dacă se dorește testarea proprietăților modelului față de variația coeficienților. În acest caz, trebuie să se calculeze matricea varianță covarianță a coeficienților. Dacă se consideră că coeficienții sunt normali distribuiți, atunci distribuția vectorului coeficienților este $N(\hat{\alpha}, V)$. Se caută soluția modelului pentru diferiți coeficienți care sunt extrași din distribuția de mai sus, și din nou se obține o distribuție a variabilelor de interes care este analizată pentru a observa stabilitatea modelului la coeficienții variabilelor aleatoare.

Nu există reguli care să indice numărul soluții care trebuie obținute pentru a putea studia proprietățile modelului. Bineînțeles că cu cât sunt mai multe soluții cu atât rezultatele sunt mai bune. Dar, creșterea numărului de soluții introduce mari costuri din punct de vedere al timpului și efortului, așa că în stabilirea numărului este un compromis între efortul depus și acuratețea estimării. În cazul de față ne vom limita la 100 soluții.

Scopul lucrării este de familiarizare cu metoda de simulare stohastică. În acest sens o vom aplica pentru ecuația de investiții, pentru a obține în loc de valori ale variabilei intervale de variație. De asemenea, vom folosi o metodologie un pic diferită, pentru că nu întodeauna ipoteza de normalitate a erorilor este satisfăcută.

Din acest motiv, am recurs la metoda de bootstrap, pentru îmbunătățirea procedurii de simulare stohastică, pentru a renunța la necesitatea de a adopta ipoteze privind distribuția erorilor/coeficienților. Procedura de bootstrap este folosită foarte des în economie, dar în contextul seriilor de timp scurte, și în evaluarea estimatorilor coeficienților ecuațiilor comportamentale.

Se consideră modelul anterior. Avem vectorul de coeficienți $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$, iar u este matricea erorilor. În cazul de față, suntem interesați de studierea proprietăților modelului în cazul variațiilor aleatoare ale coeficienților ecuațiilor comportamentale. Procedura de bootstrapare extrage cu înlocuire din matricea erorilor un vector de erori care este folosit la rezolvarea modelului și găsirea valorilor variabilelor endogene.

Din punct de vedere metodologic pentru cuantificarea incertitudinii modelului am urmat câștiga pași:

- În prima etapă am estimat ecuația econometrică. Erorile au fost salvate și din distribuția erorilor s-au extras 100 de erori.
- Aceste erori au fost folosite pentru rezolvarea modelului, obținându-se astfel 100 de coeficienți econometrici.
- Cu ajutorul coeficienților econometrici a fost calculat intervalul de variație în cazul variabilei noastre, adică investiția.

Cuantificarea incertitudinii pentru ecuația investiții

Metodologia de simulare stohastică este aplicată în continuare, ca un exercițiu, pentru ecuația de investiții. Datele folosite sunt date lunare, și pentru a le putea folosi, datele au fost desezonalizate cu ajutorul programului TRAMO/SET. Pentru că datele sunt serii de timp, se pune problema staționarității datelor. Toate seriile de date au fost verificate pentru existența rădăcinii unitate.

Variabilele explicative care au fost introduse ca determinanți ai investițiilor sunt cei clasici, produsul intern brut, rata dobânzii. Conform teoriei economice, investițiile cresc odată cu creșterea PIB-ului. Rata dobânzii afectează costurile de capital, și implicit profitabilitatea investițiilor. Odată cu creșterea ratei dobânzii investițiile scad. În plus, am mai introdus și nivelul investițiilor străine. Trebuie subliniat că această ecuație este numai cu titlu de exemplu, și nu se dorește construirea unui model pentru prognozarea investițiilor.

Tabelul 1 prezintă estimarea ecuației investițiilor. Acestea cresc odată cu creșterea PIB-ului, și cu creșterea investițiilor străine directe. Mai greu de explicat este semnul coeficientului dobânzii, care este pozitiv, dar valoarea este foarte mică, aproape de zero.

Tabelul 1 Ecuația investițiilor

Sursa	SS	df	MS		Numer de obs	102
Model	0.029956	3	0.007489		F(3, 98)	6.35
Residual	0.1133	98	0.00118		Prob>F	0.0001
Total	0.14328	101	0.001432		R2	0.2091
					adj R2	0.1852
					MSE	0.03655
Investi ii	Coef.	Std. Err.	t	P>t	[95%	Conf.
PIB	3.708803	1.291295	2.87	0.005	1.14627	6.271335
Dobânda	0.001264	0.000659	1.92	0.058	-4.4E-05	0.002572
ISD	0.010062	0.007132	1.41	0.161	-0.00409	0.024215
Const.	-0.04276	0.039922	-1.07	0.287	-0.12199	0.03646

Sursa: Calculele autorului

Am aplicat simularea stohastică asupra ecuației de mai sus și am obținut rezultate din Tabelul 2. Rezultatele au fost obținute din 200 simulări, în urma cărora au fost obținute 200 de coeficienți pentru fiecare ecuație. Valorile celor patru seturi de coeficienți sunt prezentate în anexă.

Tabelul 2 Simularea stohastică a ecuației investițiilor.

Coeficientii		Valoarea observata	Bias	Std. Err.	Interval de încredere 95%		
PIB	200	3.708803	-0.39099	1.623584	0.507166	6.910439	(N)
					-0.30835	6.135756	(P)
					0.933877	6.55964	(BC)
Dobânda	200	0.001264	-0.00021	0.000774	-0.00026	0.002791	(N)
					-0.00062	0.002418	(P)
					0.000177	0.002585	(BC)
ISD	200	0.010062	-0.00134	0.006195	-0.00215	0.022278	(N)
					-0.00555	0.019624	(P)
					-0.00468	0.020024	(BC)
Constanta	200	-0.42764	0.012887	0.05078	-0.1429	0.057371	(N)
					-0.11784	0.087619	(P)
					-0.13255	0.036934	(BC)

Note: N = normal
P = percentile
BC = bias-corrected

Sursa: Calculele autorului.

Tabelul 2 sintetizează informația rezultată din urma simulării stohastice. În coloana a treia avem valoarea coeficientului obținută prin rularea regresiei. În următoarea coloană este valoarea deplasării estimatorului. Deplasarea este calculată prin scăderea din valoarea estimată a mediei celor 200 de valori obținute în urma simulării stohastice. Se poate observa că toți coeficienții sunt deplasați, iar valoarea deplasării variază între -3% în cazul constantei și -17% în cazul coeficientului dobânzii.

Următoarea coloană prezintă variația estimatorilor coeficienților, calculată tot folosind cei 200 de coeficienți. Ultimele două coloane prezintă intervalele de încredere ale estimatorilor. Aceste intervale de încredere sunt calculate în mai multe moduri. Primul este calculat presupunând că distribuția este normală cu media și deviația standard dată de tabel. Al doilea interval de încredere este calculat efectiv din date, datele sunt sortate și se găsește intervalul în care sunt 95% din date. Ultimul interval de încredere este calculat corectând pentru deplasare.

Acești 200 de coeficienți au fost folosiți pentru a calcula valoarea investiției. Valorile calculate ale investiției sunt prezentate în Anexa 2.

Tabelul 3 Valoarea investiției

Valoarea	0.073666
Valoarea calculata in simulare	0.078009
Deviatia standard	0.006977
	0.065182
Intervalul de incredere 95%	0.091912

Sursa: Calculele autorului.

Tabelul 3 sumarizează informația privind incertitudinea din ecuația de investiții datorită faptului că coeficienții sunt ei variabile aleatoare estimate și care urmează o distribuție. **Valoarea investiției este 0.078 iar deviația standard este 0.0069.** Această informație poate fi prezentată și sub altă formă, astfel, **investiția este cu 95% încredere în intervalul (0.06518 0.0919).**

Bibliografie

Fair, R.C. (1980): “Estimating the Expected Predictive Accuracy of Econometric Models” International Economic Review No. 21, pp 355–378.

Fair, R.C. (1984): *Specification, estimation, and analysis of macroeconomic models*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Fair, R.C. (1993): “Estimating Event Probabilities in Macroeconometric Models using Stochastic Simulation” in J. Stock and M. Watson (eds.), *Business Cycles, Indicators, and Forecasting*, The University of Chicago Press, pp. 157 – 176.

Franz, W. and K. Goggelmann, M. Schellhorn, P. Winker (1998): “Quasi – Monte Carlo Methods in Stochastic Simulation. An Application to Fiscal Policy Simulations using an Aggregate Disequilibrium Model of the West German Economy 1960 – 1994. Discussion Paper No. 98–03, ZEW, Mannheim.

Gajda, J. B. and A. Markowski (1998): “Model Evaluation Using Stochastic Simulations: The Case of the Econometric Model KOSMOS”, Working Paper 61, National Institute of Economic Research Sweden, http://www.konj.se/download/18.2f48d2f18732142c_7fff533/Wp61.pdf.

Lanser, D., Kranendonk, H. (2008): “Investigating uncertainty in macroeconomic forecasts by stochastic simulation” CPB Discussion Paper no. 112.

McWhorter, A. and W. Allen Spivey, W. J. Wroblewski (1976): “A Sensitivity Analysis of Varying Parameter Econometric Models”, International Statistical Review, Vol. 44, No. 2, pp. 265–282.

Pindyck, R. S. and D. L. Rubinfeld (1991): *Econometric Models and Economic Forecasts*, McGraw Hill, third edition.

Anexa 1 Coeficienii variabilelor ecuațiilor investiții

	PIB	Dobanda	ISD	Const
1	3.13341	0.001573	0.018528	-0.03913
2	4.475089	0.001725	0.012837	-0.06886
3	6.518089	0.002585	0.01384	-0.12953
4	4.181533	0.001085	0.008759	-0.04873
5	1.297442	-0.00026	0.002111	0.042786
6	1.683549	0.000506	0.011702	0.021699
7	4.690371	0.001476	0.00987	-0.06616
8	2.2262	0.000288	0.003315	0.007828
9	4.521008	0.002044	0.010384	-0.07894
10	3.121816	0.000862	0.002658	-0.02117
11	4.31209	0.001144	0.015973	-0.05076
12	1.46954	0.000927	0.015647	0.009656
13	2.699153	0.000827	0.010263	-0.00613
14	0.548351	-0.00028	-0.00108	0.062863
15	1.611239	0.000854	-0.00581	0.015153
16	1.702312	0.000276	0.007297	0.018526
17	0.933877	0.000534	0.006585	0.027818
18	5.678866	0.00162	0.011796	-0.08863
19	1.104424	0.000322	0.012159	0.033299
20	1.191405	0.000139	0.004105	0.03862
21	1.686319	9.62E-05	0.005508	0.022276
22	4.39369	0.001682	0.014406	-0.06671
23	5.67134	0.001863	0.013313	-0.10124
24	1.988741	0.000283	-0.00182	0.018258
25	5.630697	0.001811	0.009265	-0.09354
26	4.004822	0.001462	0.015282	-0.05589
27	3.029247	0.000922	0.020024	-0.02318
28	4.172712	0.001725	0.017051	-0.06574
29	3.285188	0.000647	0.004943	-0.01626
30	6.687792	0.002751	0.017443	-0.13961
31	3.727436	0.00066	0.005079	-0.02234
32	0.814093	0.000214	0.011067	0.040952
33	2.447689	0.000806	0.017139	-0.00578
34	1.503692	0.000359	0.002499	0.027924
35	2.14743	0.000571	0.01168	0.001867
36	3.98947	0.001925	0.020166	-0.07001
37	1.471589	0.000347	0.008168	0.02806
38	2.770902	0.000505	0.000574	0.000349
39	2.254021	0.000579	0.00892	0.006499
40	4.788394	0.001901	0.019944	-0.07791
41	5.639514	0.00175	0.007444	-0.09298
42	4.982184	0.001964	0.017274	-0.07566
43	3.612372	0.001197	0.013272	-0.0418
44	5.280634	0.002152	0.012041	-0.10139
45	2.832884	0.000497	0.011298	-0.00702
46	2.25685	0.001023	0.012544	-0.00803
47	5.800444	0.002364	0.009367	-0.11034
48	2.241864	0.001136	0.014656	-0.00706
49	3.028761	0.000857	0.009654	-0.01983

	PIB	Dobanda	ISD	Const
50	1.046843	0.000228	0.012362	0.029895
51	-0.79147	-0.00073	0.001595	0.100928
52	1.767566	0.000433	0.002741	0.019838
53	2.025954	0.00081	0.013088	0.003858
54	1.507586	0.000527	0.008878	0.025036
55	4.010629	0.001823	0.011262	-0.06736
56	5.424588	0.002214	0.016403	-0.10786
57	3.627942	0.001181	0.008435	-0.03749
58	3.497084	0.000557	0.004825	-0.01876
59	4.156697	0.001302	0.012933	-0.04945
60	2.319298	0.00072	0.009072	-0.00373
61	4.582877	0.001399	0.011142	-0.06723
62	3.471656	0.000849	0.001944	-0.02544
63	3.20388	0.001146	0.005853	-0.03564
64	3.879645	0.001115	0.002291	-0.0396
65	4.213713	0.001109	-0.00061	-0.04707
66	3.470222	0.00142	0.015411	-0.04231
67	5.847171	0.002398	0.010885	-0.11319
68	2.502718	0.000715	0.011784	-0.01024
69	2.707531	0.001064	0.009856	-0.01606
70	2.598442	0.000426	0.002668	-0.0003
71	2.185141	0.000633	0.004607	0.003278
72	5.000295	0.00146	0.00668	-0.07781
73	2.952934	0.001035	0.012927	-0.02067
74	4.051028	0.000602	-0.00303	-0.03283
75	4.516018	0.001126	0.003591	-0.05445
76	3.617103	0.000905	0.00312	-0.03332
77	2.825715	0.000963	0.008273	-0.02236
78	4.60719	0.00195	0.008191	-0.07875
79	4.582022	0.00163	0.011952	-0.07152
80	3.072738	0.000509	0.004751	-0.00754
81	2.546543	0.000472	0.011263	-0.00253
82	3.363442	0.000953	-0.00406	-0.03047
83	5.090887	0.001779	0.002566	-0.08503
84	2.688736	0.00071	0.009574	-0.00883
85	2.871216	0.000971	0.015484	-0.02142
86	3.377201	0.001319	0.005873	-0.03944
87	5.520629	0.002439	0.012391	-0.10779
88	3.583785	0.00093	0.00575	-0.03352
89	4.917151	0.002007	0.010277	-0.08143
90	3.114267	0.001104	0.009418	-0.02904
91	3.902652	0.00168	0.014013	-0.05932
92	4.583117	0.001289	0.008671	-0.05856
93	4.122924	0.001489	0.013329	-0.06305
94	1.51746	0.000798	0.007298	0.009604
95	4.949935	0.000767	-0.0037	-0.05305
96	1.269268	0.000614	0.011372	0.020352
97	6.041456	0.002246	0.010525	-0.11498
98	4.383311	0.000973	0.000808	-0.05179
99	3.47928	0.000944	0.012855	-0.02912
100	3.69855	0.000704	0.007866	-0.033

	PIB	Dobanda	ISD	Const
101	2.133536	0.000561	0.014107	0.005911
102	3.01754	0.001504	0.010195	-0.03401
103	2.798112	0.001161	0.008228	-0.0227
104	5.033879	0.002006	0.019305	-0.0939
105	2.978941	0.000854	0.011938	-0.01649
106	1.87671	0.000277	0.012179	0.009564
107	3.859124	0.001277	0.010755	-0.04526
108	4.471001	0.001164	0.007798	-0.05639
109	4.153267	0.001738	0.017732	-0.06407
110	3.927414	0.001327	0.00915	-0.04641
111	5.520686	0.001985	0.01544	-0.10118
112	4.181997	0.001612	0.007537	-0.05402
113	4.471931	0.001571	0.012129	-0.06456
114	4.881049	0.001712	0.002655	-0.08066
115	4.417691	0.001316	0.005938	-0.06578
116	2.034926	0.001044	0.014505	-0.00403
117	4.182214	0.001483	0.006817	-0.05601
118	1.692894	0.000568	0.013073	0.016981
119	3.981675	0.000998	9.59E-05	-0.03853
120	2.399307	0.001336	0.013488	-0.01799
121	5.125106	0.002471	0.011989	-0.10088
122	0.830424	0.000134	-0.00069	0.041795
123	4.17129	0.000971	0.001396	-0.04581
124	1.423853	-6.5E-05	0.007625	0.029782
125	2.085233	0.001085	0.01565	-0.00727
126	2.94247	0.001058	0.018213	-0.01905
127	1.389799	0.000217	0.011086	0.033777
128	5.386108	0.002348	0.011703	-0.10439
129	2.794199	0.001063	0.012004	-0.01932
130	3.480145	0.001077	0.011855	-0.03445
131	2.873389	0.000952	0.004786	-0.02128
132	5.093521	0.002324	0.016179	-0.09773
133	2.701408	0.000421	0.006699	-0.00312
134	3.236731	0.001145	0.012155	-0.0296
135	5.113593	0.001554	0.001649	-0.08401
136	4.131694	0.001155	0.000388	-0.04853
137	1.712832	0.000517	0.000954	0.01573
138	5.407779	0.001816	0.011426	-0.09938
139	3.349115	0.000348	0.009895	-0.01337
140	6.230055	0.002351	0.014045	-0.12231
141	5.377248	0.002205	0.014549	-0.10157
142	2.727454	0.000983	0.016575	-0.01852
143	3.426512	0.000958	0.005059	-0.02813
144	-2.60372	-0.00164	-0.00047	0.150287
145	4.952011	0.001929	0.016017	-0.08341
146	2.442419	6.73E-05	-0.00619	0.013356
147	5.050446	0.001555	0.013754	-0.08023
148	3.306627	0.000388	-2.2E-05	-0.01365
149	2.306939	0.000869	0.009401	-0.00455
150	4.07986	0.001039	0.002855	-0.03971
151	5.640814	0.002024	0.016918	-0.09959

	PIB	Dobanda	ISD	Const
152	3.542635	0.001449	0.010547	-0.04449
153	3.54733	0.000848	0.009863	-0.02577
154	5.009043	0.002043	0.016231	-0.09057
155	3.015021	0.000997	0.011249	-0.02501
156	5.403093	0.002102	0.009036	-0.09736
157	-1.29312	-0.00139	0.005764	0.123961
158	2.866278	0.001113	0.012636	-0.02071
159	1.993412	-0.00051	0.001484	0.036934
160	1.954232	0.000475	0.010162	0.012042
161	4.175469	0.001807	0.010986	-0.06623
162	5.21332	0.002213	0.010679	-0.10235
163	3.971644	0.001711	0.021758	-0.05891
164	0.525803	0.000197	0.008616	0.049079
165	2.063947	0.000933	0.009842	0.000966
166	-0.10589	-0.00128	-0.0053	0.093121
167	5.874954	0.001434	-0.00206	-0.08616
168	5.345716	0.001513	0.005846	-0.07718
169	2.081492	0.000292	0.000661	0.01527
170	3.414336	0.000959	0.005346	-0.02905
171	1.175968	0.000385	0.016858	0.032329
172	2.82104	0.000944	0.004518	-0.01496
173	6.55964	0.002448	0.010724	-0.13255
174	2.767072	0.000429	0.002897	0.00101
175	4.727792	0.001333	0.009106	-0.06384
176	2.786576	0.000177	-0.00813	-0.00063
177	-0.5108	-0.00022	0.009038	0.082116
178	3.126143	0.001094	0.010874	-0.01994
179	1.555125	0.001027	0.01387	0.007253
180	4.1157	0.001943	0.015869	-0.06625
181	2.475965	0.000652	0.006953	-0.00507
182	1.331025	0.000365	0.012432	0.032585
183	2.232698	0.000653	0.010072	0.00083
184	1.658706	-0.00027	-0.01022	0.035227
185	4.340889	0.002062	0.014755	-0.07664
186	2.977455	0.000332	0.004956	-0.00475
187	3.99052	0.00141	0.009943	-0.05874
188	4.435763	0.00152	0.009707	-0.06214
189	0.875564	-0.00019	-0.00205	0.047718
190	1.482053	-4.5E-05	0.001465	0.037018
191	2.885106	0.000931	0.012976	-0.0191
192	-1.4916	-0.00153	-0.0039	0.128229
193	3.198196	0.00076	-0.00468	-0.02273
194	4.457136	0.001978	0.018087	-0.06867
195	2.438929	0.000753	0.008617	-0.0024
196	1.671096	0.00037	0.006966	0.019513
197	6.516356	0.001963	0.008317	-0.1207
198	5.56419	0.001677	-0.00594	-0.08145
199	5.323696	0.002164	0.010925	-0.09983
200	4.532714	0.002047	0.020827	-0.07531

Anexa2 Valoarea simulată a investiției

1	0.071535	50	0.063306	99	0.08212	148	0.084065	197	0.08898
2	0.080893	51	0.068952	100	0.08066	149	0.072608	198	0.09651
3	0.089173	52	0.075384	101	0.074391	150	0.088764	199	0.079486
4	0.083716	53	0.072665	102	0.071771	151	0.087171	200	0.081133
5	0.075708	54	0.07512	103	0.072074	152	0.075233		
6	0.076658	55	0.070619	104	0.075859	153	0.085789		
7	0.08595	56	0.07543	105	0.079442	154	0.078748		
8	0.074262	57	0.080777	106	0.066815	155	0.073841		
9	0.076264	58	0.08699	107	0.080978	156	0.083176		
10	0.078102	59	0.085623	108	0.085141	157	0.069304		
11	0.086735	60	0.071692	109	0.077283	158	0.075698		
12	0.064734	61	0.08093	110	0.08229	159	0.085763		
13	0.081478	62	0.083359	111	0.081578	160	0.074009		
14	0.074265	63	0.07007	112	0.085548	161	0.076116		
15	0.071386	64	0.084278	113	0.082938	162	0.074539		
16	0.070486	65	0.085824	114	0.079404	163	0.077335		
17	0.061779	66	0.075397	115	0.076192	164	0.067189		
18	0.093238	67	0.083959	116	0.06835	165	0.072246		
19	0.069589	68	0.070484	117	0.081738	166	0.072215		
20	0.074156	69	0.074994	118	0.073162	167	0.097483		
21	0.071178	70	0.078367	119	0.086417	168	0.093412		
22	0.080305	71	0.073393	120	0.068474	169	0.077483		
23	0.08387	72	0.082465	121	0.077182	170	0.079947		
24	0.077558	73	0.07711	122	0.066782	171	0.07188		
25	0.089381	74	0.088363	123	0.084168	172	0.07717		
26	0.077328	75	0.087474	124	0.069323	173	0.085184		
27	0.075773	76	0.080414	125	0.067171	174	0.084451		
28	0.075913	77	0.070478	126	0.079194	175	0.087287		
29	0.084818	78	0.07739	127	0.076508	176	0.078985		
30	0.086418	79	0.079841	128	0.079264	177	0.065574		
31	0.09129	80	0.085685	129	0.074333	178	0.083317		
32	0.067554	81	0.076042	130	0.078544	179	0.065937		
33	0.075101	82	0.076231	131	0.072454	180	0.076693		
34	0.075066	83	0.081809	132	0.077797	181	0.073628		
35	0.07068	84	0.076829	133	0.078686	182	0.075814		
36	0.069531	85	0.073409	134	0.077549	183	0.07301		
37	0.074625	86	0.07349	135	0.080315	184	0.077065		
38	0.084738	87	0.080918	136	0.082778	185	0.074143		
39	0.078169	88	0.079842	137	0.070749	186	0.083415		
40	0.083606	89	0.084321	138	0.077571	187	0.072915		
41	0.089194	90	0.073902	139	0.085812	188	0.083439		
42	0.091912	91	0.073915	140	0.085153	189	0.069446		
43	0.076648	92	0.08789	141	0.080111	190	0.077935		
44	0.076658	93	0.07367	142	0.072538	191	0.075364		
45	0.079895	94	0.063553	143	0.081158	192	0.065215		
46	0.070103	95	0.095466	144	0.055075	193	0.076664		
47	0.084902	96	0.065182	145	0.082727	194	0.08449		
48	0.072378	97	0.085489	146	0.082009	195	0.076793		
49	0.077349	98	0.08409	147	0.083354	196	0.071866		

