Acuratetea prognozei si dinamica modelelor SARIMA: studiu de caz cursul de schimb Ron-Usd

***Corina Saman*[1]**

Introducere

Modelele empirice ale ratei de schimb au fost criticate din doua motive principale: slaba performanta a modelelor masurata fie printr-un R^2 foarte mic fie prin slaba putere de grneralizare a modelelor si proasta specificare a lor. Simptomele proastei specificari sunt autocorelarea rezidualelor, parametrii care variaza in timp, heteroscedasticitatea erorilor si variabile omise din model.

Incepind cu anii 1976, 1979 principalul model pentru rata de schimb a fost considerat modelul monetar al lui Dornbush si Frankel. In aplicarile empirice a modelului ambele surse ale nepotrivirii au fost semnalate. Literatura sugereaza cel putin doua motive teoretice importante: necesitatea unei specificari mai dinamice decit cea rezultata din ecuatia statica a cererii de bani si un mecanism mai complex de ajustare la preturile relative.

Slaba potrivire a modelelor empirice cu datele a fost pusa in lumina de Meese si Rogoff (1983) care compara modelele ratei de schimb cu modelul naiv de mers–la-intimplare (RW random-walk) si demonstreaza ca acestea nu se comporta mai bine decit RW. Alexander si Thomas (1987) arata aceasta slabiciune a modelelor chiar si in situatia generalizata a modelelor cu coeficienti variabili, dar pastrind liniaritatea modelelor.

In acest studiu se incerca o analiza a modelelor autoregressive ale cursului de schimb leu-USD care sa ia in considerare si datele anormale (outliers) sau rupturile (structural breaks) aparute in evolutia cursului de schimb analizind acuratetea prognozelor si variatia parametrilor modelelor in timp.

[1] Institutul de Prognoza Economica; centrul de Modelare Macroeconoica, NIER, Academia Romana.

Modelele ARIMA (Autoregressive integrated moving average) sunt modele ale seriilor de timp care pot fi folosite pentru modelarea si prognoza datelor univariate. Astfel se presupune ca datele sunt rezultate dintr-un process stochastic, generat de cauze neprecizate, care prognozeaza valori viitoare ca combinatii liniare a valorilor observate pina la acel moment si estimari ale socurilor curente si anterioare private ca variabile aleatore (Box et al. 2008).

Modele ARIMA si SARIMA

Pentru estimarile trimestriale si lunare Box and Jenkins (1976) au recomandat folosirea modelelor autoregresive si cu medii mobile (ARIMA) cu sezonalitate daca datele prezinta fenomene de ciclicitate si periodicitate.

Analiza seriilor de timp cu manifestari de sezonalitate au o lunga istorie. In unele aplicatii sezonalitatea este un fenomen secundar, de aceea este eliminata din date rezultand serii ajustate sezonier care apoi se folosesc in inferente. In alte aplicatii ca de exemplu prognoza , sezonalitatea este la fel de importanta ca celelalte caracteristici ale datelor si de aceea tratarea acestei proprietati se face folosind modele econometrice de tip ARIMA cu sezonalitate.

Aceste modele pot include pe linga termenii autoregresivi (AR) si de medii mobile (MA), termeni autoregresivi sau de medie mobila cu sezonalitate (SAR si SMA).

De exemplu un proces autoregresiv de ordin 2 fara sezonalitate este dat de :

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + e_t$$

sau reprezentat folosind operatorul de lag L, $L^n y_t = y_{t-n}$ astfel:

$$(1 - a_1 L - a_2 L^2) y_t = e_t .$$

Pentru o serie de timp cu sezonalitate de ordin s modelul asociat este:

$$(1 - a_1 L - a_2 L^2)(1 - \phi L^s) y_t = e_t .$$

Identificarea ordinului de periodicitate se face analizand functia de autocorelatie partiala.

Asemanator daca se observa periodicitate in functia de autocorelatie a seriei se pot include termeni medie mobila cu sezonalitate.In mod general un model pentru prognoza al unei serii de timp cu ciclicitate si periodicitate se poate reprezenta astfel:

$$(1 - a_1 L - .... - a_p L^p)(1 - \phi L^s) y_t = (1 + b_1 L + ... + b_q Lq)(1 + \theta L^r) e_t .$$

Pentru ca procesul ARMA estimat sa fie stationar (in covarianta), toate radacinile polinomului AR trebuie sa fie in interiorul cercului unitate, iar pentru ca procesul sa fie invertibil aceeiasi proprietate trebuie sa o prezinte radacinile polinomului MA.

De aceea procedura pentru identificarea unui model ARIMA cu sezonalitate este urmatorea:

1. Se diferentiaza, se logaritmeaza sau se construieste indice pentru seria analizata astfel incat sa se obtina o serie diferenta stationara;
2. Se identifica termenii autoregresivi pornind de la functia de autocorelatie partiala asociata seriei diferenta stationare;

Se identifica termenii de medie mobila pornind de la functia de autocorelatieasociata seriei diferenta stationare.

Modele empirice ale ratei de schimb

Multe studii arata ca ratele de schimb sunt impredictibile in sensul ca nu sunt mai bune decat modele de tip mers la intamplare in ceea ce priveste acuratetea prognozei out-of-sample. Meese si Rogoff (1983) compara modele structurale si modele serii de timp cu modelul mersul la intamplare pe un orizont de la o luna la 12 luni pentru mai multe rate de schimb si ajung la aceeiasi concluzie. In anii urmatori mai multe studii arata ca modificarile in ratele de schimb nu urmeaza traiectorii liniare, incercand sa captureze neliniaritatile cu modele neparametrice de tip regresie kernel (Meese and Rogof, 1990, Diebold and Nason, 1990) sau modele Markov-switching (Engle, 1994) dar fara a obtine modele mai precise in privinta acuratetii prognozei.

In acest studiu se incerca o analiza a modelelor autoregressive ale cursului de schimb leu-USD care sa ia in considerare si datele anormale (outliers) sau rupturile (structural breaks) aparute in evolutia cursului de schimb analizind acuratetea prognozelor si variatia parametrilor modelelor in timp.

Ratele de schimb prezinta schimbari mari de-a lungul timpului ca urmare a crizelor aparute in piata, schimbarilor in politicile economice sau datorita ciclurilor economice. Prezenta acestora in seriile de date pot sa perturbe procesul de predictie, dar neglijarea lor poate duce in mod eronat la modele inadecvate sau prost specificate (van Dijk, Franses & Lucas, 1999, Preminger & Frank, 2007).

Aplicatie empirica pentru cursul de schimb Ron-Usd

Datele folosite sunt pe perioada Ianuarie 2000 - Decembrie 2012 si sunt obtinute de la INS.

Modelele care au performat cel mai bine au fost cele pur autoregressive de tipul ARMA(1,q) aplicate variabilei s=ln(e).

Analiza s-a efectuat pe orizonturi de prognoza de la o luna la 6 luni.

Estimarile au fost efectuate folosind o fereastra mobila de 104 observatii, pentru fiecare dintre ele au fost generate prognoze pe orizonturile considerate 1-6. Pentru fiecare orizont de prognoza intervalul de prognoza out-of-sample este format din 52 elemente. Aceasta impartire a datelor in respecta regula ca 2/3 dintre date sa fie folosite la estimare si 1/3 la prognoza.

Aceasta abordare cu fereastra mobila este potrivita si din motivul instabilitatii in timp a parametrilor si a prezentei rupturilor (structural breaks) in specificarea modelului.

S-au considerat pana la sase laguri pentru a predictiona variabila curenta folosind-se criteriul informational Schwartz pentru stabilirea exacta a numarului pentru fiecare fereastra si model. Aceasta abordare este motivata de Granger, King and White (1995), Swanson and White (1995, 1997).

Ca si in studiul Preminger si Frank, 2007, s-au folosit masuri de evaluare a prognozelor out-of-sample bazate pe RMSE (Root mean square error), MAE (mean absolute error) si teste DM.

Testul Diebold-Mariano (1995) (DM) se foloseste pentru a testa daca prognozele a doua modele sunt in mod egal de precise. Aceasta statistica este calculata precum urmeaza.

Sa presupunem ca doua modele produc erori de prognoza

$$\varepsilon^1_{t+h/t} = y_{t+h} - y^1_{t+h/t}$$

$$\varepsilon^2_{t+h/t} = y_{t+h} - y^2_{t+h/t}$$

si ca acuratetea prognozei este masurata de o functie de cost L($\varepsilon_{t+h/t}$).

Pentru a determina daca un model predictioneaza mai bine decat celalalt testam ipoteza nula:

$$H_0 : E(L(\varepsilon^1_{t+h/t})) = E(L(\varepsilon^2_{t+h/t}))$$

fata de alternativa:

$$H_1 : E(L(\varepsilon^1_{t+h/t})) \neq E(L(\varepsilon^2_{t+h/t})).$$

Testul Diebold-Mariano se bazeaza pe diferenta de cost $d_t = L(\varepsilon^1_{t+h/t}) - L(\varepsilon^2_{t+h/t})$ si statistica:

$DM = \dfrac{\bar{d}}{\sqrt{\hat{LVR}_d / T}}$, unde $\bar{d}$ este media valorilor d_t iar $\hat{LVR}_d$ este un estimator consistent a dispersiei asimtotice a lui $\sqrt{T}\,\bar{d}$ care este utilizata deoarece seria {d_t} este serial corelata pentru h>1.

$$LVR_d = \gamma_0 + 2\sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j, \quad \gamma_j = \mathrm{cov}(d_t, d_{t-j}).$$

In ipoteza nula a unei acurateti predictive egale *DM* urmeaza o distributie normala *N(0,1)*.

Rezultate empirice

Tabelul 1 si 2 din Anexa raporteaza rezultatele schimbarii in timp a modelului si a coeficientilor rezultind intr-o variatie de maxim 4.36% pentru coeficientul AR(1). Aceste rezultate sunt preluate sintetic in tabelul urmator. Modelele sunt ARMA(1,q) cu q care variaza intre1-5.

Inceputul perioadei de estimare pentru un model cu 104 observatii	Sfirsitul perioadei de estimare pentru un model cu 104 observatii	Modelele ARIMA	Variatia coeficientului AR(1)
2000M1-2000M5	2008M8-2008M12	ARMA(1,1)	4.36% interval (1.086; 1.13368)
2000M6-2002M8	2009M1-2011M3	ARMA(1,5)	4.36% interval (1.0669; 1.11342)
2002M9-2003M5	2011M4-2011M12	ARMA(1,3)	1.25% interval (1.0574; 1.07064)
2003M6-2004M2	2012M1-2012M9	ARMA(1,1)	2.4% interval (1.0698; 1.0956)

Masurile de acuratete a prognozei care sunt prezentate in tabelul 3 din Anexa indica faptul ca performanta out-of-sample a fiecarui model variaza cu orizontul de prognoza. Pentru prognozele cu orizont de la 2 luni la 6 luni cele mai bune prognoze sunt date de modelul ARMA. Observam ca modelul ARMA este cel mai bun in privinta ambelor masuri RMSE si MAE. Situatia este exact invers pentru orizonturile de prognoza de o luna.

Rezultatele testului DM arata ca pentru orizontul de o luna nu putem respinge ipoteza egalei acurateti de prognoza dintre RW si ARMA cu %5 semnificatie pentru masura de tip RMSE in schimb considerind masura MAE, ARMA are prognoze mai bune cu nivel de semnificatie 5%. Pentru orizonturile de prognoza 1 – 2 luni cu 10% semnificatie ARMA este un model mai bun prin capacitatea de prognoza out-of-sample.

Modelele ARMA depasesc in acuratete modelul mers-la-intamplare pe orizont de 3 luni cu 15% modelul RW, iar pentru orizontul de 6 luni modelul RW este superior modelelor ARMA ceea ce era de asteptat deoarece modelele ARMA acumuleaza erori pe orizonturi mai mari si trebuiesc reestimate pentru a-si pastra acuratetea.

In figura 1 se prezinta comparativ un modelul ARMA, modelul RW si datele reale pentru inceputul perioadei si orizont de prognoza o luna.

Modelul ARMA urmareste indeaproape datele (figura 1), iar prognozele sunt prezentate comparativ cu modelul mers la intamplare (RW).

Concluzii

Predictia ratelor de schimb este un subiect major pentru aplicarea politicilor economice. S-a dovedit de foarte multe ori ca modelele construite pentru aceasta nu reusesc sa depasesca in acuratete pe cele de tip mers la intamplare (Meese and Rogoff, 1983).

Modelele de regresie care sunt estimate prin metodele clasice, in special cele liniare prezinta acuratete scazuta pentru prognoze out-of-samples. Preminger si Frank, 2007, au investigat predictibilitatea ratelor de schimb GBP/USD si JPY/USD folosind modele liniare si neliniare de tip autoregresiv fara alte variabile financiare sau monetare dovedind ca pentru cazurile studiate modelele robuste bazate pe S-estimatori pot avea performante out-of-samples superioare celor nerobuste.

In acest studiu am investigat predictabilitatea ratei de schimb RON/USD pentru orizonturi de la 1 la 6 luni bazate pe functii ARIMA. Estimarile au fost efectuate folosind o fereastra mobila de 104 observatii, pentru fiecare dintre ele au fost generate prognoze pe orizonturile considerate 1-6.

S-au calculat masuri de acuratete a prognozei (prezentate in tabelul 3) care indica faptul ca performanta out-of-sample a fiecarui model variaza cu orizontul de prognoza. Pentru prognozele cu orizont de la 2 luni la 6 luni cele mai bune prognoze sunt date de modelul ARMA, observam ca modelul ARMA este cel mai bun in privinta ambelor masuri RMSE si MAE. Situatia este exact invers pentru orizonturile de prognoza de la o luna.

S-a urmarit si stabilitatea in timp a modelelor ARIMA (tabelele 1 si 2) rezultind o variatie de maxim 4.36% pentru coeficientul AR(1). In cazul folosirii pentru prognoza este important de stiut daca modelul variaza in timp. O variatie importanta presupune restimarea modelului pentru a pastra acuratetea. Rezultatele indica necesitatea restimarii modelelor ARIMA dupa 3 luni.

Referinte

Alexander,D. Thomas, LR., 1987. Monetery/asset models of exchange rate determination: How well have they performed in the 1980’s? International journal of forecasting,3,pp.53-64.

Basheer, I.A. and Hajmeer, M., 2000. Artificial neural networks: fundamentals, computing, design, and applications. Journal of Microbiological Methods, 43, pp.3-31.

Box, G.E., Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C., 2008. Time Series Analysis, Forecasting and Control. New Jersey: John Wiley and Sons.

Davies. P.L. (1987), Asymptotic behaviour of S-estimators of multivariate location parameters and dispersion matrices, Annals of Statistics, 15: 1269-1292.

Diebold, F.X. and Nason, J., 1990. Nonparametric exchange rate prediction. *Journal of International Economics*, 28, pp.315.332.

Diebold, F.X. and Mariano, R.S., 1995. Comparing predictive accuracy. Journal of Business and Economic Statistics, 13, pp.253-265.

Engle, C., 1994. Can the Markov switching model forecast exchange rate? *Journal of International Economics*, 80, pp.689-713.

Girosi, F. Poggio, T., 1989. Networks and the Best Approximation Property. MIT, paper no.45.

Granger, C.W.J. King, M.L. and White, H., 1995. Comments on testing econometric theories and the use of model selection criteria. Journal of Econometrics, 67, pp.173-178.

Granger, C.W.J. Terasvirta, T., 1993. Modelling Nonlinear Economic Relationship. Oxford University Press.

Hansen, J.V., McDoald, J.B. and Nelson, R.D., 1999. Time series prediction with genetic-algorithms designed neural networks: an empirical comparison with modern statistical models. Journal of Computational Intelligence 15(3), pp. 171–183.

Hooper, P. Morton, J., 1982. Fluctuation in the Dollar: A Model of Nominal and Real Exchange Rate Determination. *Journal of International Money and Finance*, pp.39-56.

Hornik, K. Stinchcombe, S.M. and White, H., 1989. Multilayer feedforward networks are universal approximators. Neural Networks, 2, pp.359-366.

Inoue, A. Kilian, L., 2006. On the selection of forecasting models. Journal of Econometrics, 130, pp.273-306.

Ingber, L., 1989. Very fast simulated re-annealing. *Mathematical Computer Modelling*, 12(8), pp.967–973.

Ingber, L., 1993. Simulated annealing: practice versus theory. *Mathematical Computer Modelling,* 18(11), pp.29–57.

Kirkpatrick, S. Gelatt Jr., C.D. and M.P. Vecchi, 1983. Optimization by simulated annealing. *Science,* 220, pp.671-680.

Kuan, C.-M. Liu, H., 1995. Forecasting exchange rate using feedforward and recurrent neural networks. Journal of Applied econometrics, 10, pp.347-364.

Lee, T.-H. White, H. and Granger, C.W.J., 1993. Testing for Neglected Nonlinearity in Time-Series Models: A Comparison of Neural Network Methods and Alternative Tests. Journal of Econometrics, 56, pp.269-290.

Nastac, I. Dobrescu, E. and Pelinescu, E., 2007. Neuro-Adaptive Model for Financial Forecasting. Romanian Journal of Economic Forecasting, 8(3), pp.19-41

Meese, R.A. Rogoff, K., 1983. Empirical exchange rate models of the seventies: do they fit out-of-sample? *Journal of International Economics*, pp.3-24.

Swanson, N. White, H., 1997. Forecasting economic time series using flexible versus fixed and linear versus nonlinear econometric models. International Journal of Forecasting, 13, pp.439-461.

Zang, G. Patuwo, B.E. and Hu, M.Y.**,** 1998. Forecasting with artificial neural networks:The state of art. International Journal of Forecasting, 14, pp.35-62.

van Dijk, D. Franses. P.H. and Lucas, A. 1999. Testing for smooth transition nonlinearity in the presence of outliers. Journal of Business & Economic Statistics, 17, pp. 217-235.

Anexa Tabele si grafice

Tabelul 1

Evolutia in timp a modelului autoregresiv

Perioada estimarii/ Coeficienti	2000M01 2012M06	2000M01 2008M08	2000M02 2008M09	2000M03 2008M10	2000M04 2008M11	2000M05 2008M12
C	1.133682	1.086321	1.091523	1.105297	1.108015	1.101287
AR(1)	0.937618	0.947711	0.942038	0.934823	0.931149	0.928743
MA(1)	0.489442	0.444132	0.488387	0.507653	0.523233	0.524445
MA(3)						
MA(4)						
MA(5)					0.191135	0.194698
MA(6)						

Tabelul 2

Evolutia in timp a modelului autoregresiv

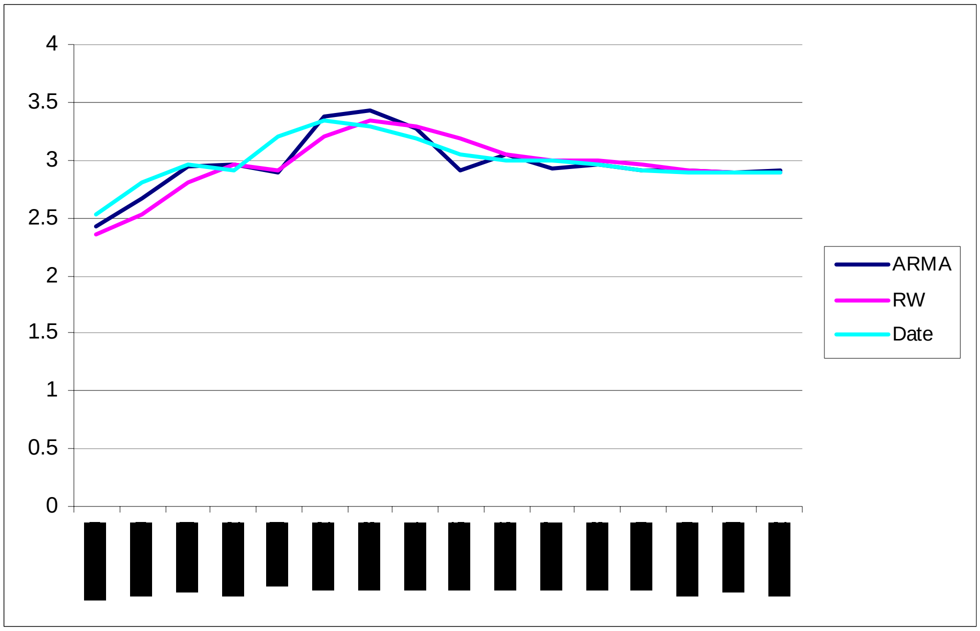
Perioada estimarii/ Coeficienti	2000M06	2000M07	2000M08	2000M09	2000M10	2000M11	2000M12	2001M1	2001M2	2001M3	2001M4	2001M5	2001M6	2001M7	2001M8
	2009M1	2009M2	2009M3	2009M4	2009M5	2009M6	2009M7	2009M8	2009M9	2009M10	2009M11	2009M12	2010M1	2010M2	2010M3
C	1.113423	1.107498	1.101469	1.093213	1.086517	1.081949	1.086406	1.085233	1.085127	1.08308	1.082599	1.079286	1.078799	1.084819	1.081989
AR(1)	0.913088	0.908958	0.900123	0.895867	0.899352	0.901712	0.90173	0.90191	0.902924	0.903923	0.904254	0.905194	0.90603	0.905645	0.904847
MA(1)	0.466037	0.449647	0.463269	0.470555	0.466168	0.467966	0.466849	0.465737	0.464576	0.463632	0.463364	0.46373	0.462334	0.466543	0.463366
MA(3)	0.233835	0.245452	0.281081	0.252641	0.26011	0.267028	0.26634	0.267279	0.266491	0.262891	0.262509	0.261867	0.260848	0.254687	0.257655
MA(4)	0.268117	0.252723	0.27362	0.286511	0.277228	0.283147	0.277843	0.278425	0.276544	0.274683	0.274549	0.273395	0.271848	0.267123	0.26799
MA(5)	0.294476	0.282615	0.256411	0.288897	0.2878	0.279245	0.267063	0.267323	0.265848	0.267269	0.267259	0.264198	0.26282	0.269315	0.270934

Perioada estimarii/ Coeficienti	2001M9	2001M10	2001M11	2001M12	2002M1	2002M2	2002M3	2002M4	2002M5	2002M6	2002M7	2002M8	2002M9	2002M10	2002M11
	2010M4	2010M5	2010M6	2010M7	2010M8	2010M9	2010M10	2010M11	2010M12	2011M1	2011M2	2011M3	2011M4	2011M5	2011M6
C	1.086617	1.100077	1.105662	1.089069	1.085174	1.079176	1.069807	1.078478	1.0822	1.078527	1.075481	1.066877	1.057397	1.061902	1.061861
AR(1)	0.907528	0.910112	0.914196	0.898346	0.896249	0.895743	0.887908	0.891061	0.893054	0.889817	0.887776	0.89046	0.917612	0.91504	0.913809
MA(1)	0.456043	0.47424	0.481773	0.498196	0.500147	0.49465	0.506159	0.48805	0.510081	0.510681	0.516613	0.520196	0.546455	0.546285	0.549316
MA(3)	0.260074	0.293094	0.286918	0.273449	0.27489	0.275424	0.324634	0.306347	0.288328	0.292264	0.271911	0.242084	0.17306	0.170348	0.168072
MA(4)	0.257699	0.285414	0.29155	0.296484	0.300914	0.283368	0.310262	0.256113	0.248055	0.249901	0.249664	0.20696			
MA(5)	0.267603	0.246465	0.254042	0.255047	0.254044	0.23972	0.212865	0.194631	0.182364	0.183172	0.19701	0.192617			

Perioada estimarii/	2002M12	2003M1	2003M2	2003M3	2003M4	2003M5	2003M6	2003M7	2003M8	2003M9	2003M10	2003M11	2003M12	2004M1	2004M2
Coeficienti	2011M7	2011M8	2011M9	2011M10	2011M11	2011M12	2012M1	2012M2	2012M3	2012M4	2012M5	2012M6	2012M7	2012M8	2012M9
C	1.063325	1.058744	1.068267	1.067358	1.070639	1.068087	1.076857	1.069889	1.074242	1.070764	1.077843	1.082432	1.095629	1.086794	1.083483
AR(1)	0.9118	0.909897	0.91085	0.911149	0.913467	0.911946	0.930261	0.92577	0.929573	0.927311	0.933607	0.936782	0.947001	0.941206	0.937763
MA(1)	0.549271	0.547317	0.526756	0.518931	0.516099	0.523402	0.525432	0.518058	0.502616	0.504706	0.487576	0.49176	0.476866	0.467549	0.476812
MA(3)	0.167547	0.166925	0.174	0.177316	0.163855	0.15774									
MA(4)															
MA(5)															

Figura 4

Prognozele pe orizonturile h = o luna pentru modelul ARMA si modelul mers-la-intamplare pentru perioada 2008M9 –2009M12



Tabelul 3

Performanta de prognoza out-of-sample

Modele	RMSE	MAE
Orizont de prognoza 6 luni		
RW	0.341719	0.268174
ARMA	**0.303018**	**0.248844**
Orizont de prognoza 5 luni		
RW	0.301492	0.250235
ARMA	**0.289484**	**0.234342**
Orizont de prognoza 4 luni		
RW	0.265343	0.219531
ARMA	**0.253048**	**0.208216**
Orizont de prognoza 3 luni		
RW	0.227875	0.186198
ARMA	**0.216234**	**0.17746**
Orizont de prognoza 2 luni		
RW	0.182493*****	0.144402
ARMA	**0.175715**	**0.140754**

Orizont de prognoza o luna		
RW	**0.110598***	**0.085765***
ARMA	0.117261	0.086115

Nota: RMSE, MAE sunt masuri ale acuratetii prognozei, SR este statistica privind abilitatea de raspuns la miscarilor pietii. Asterisc (*) reprezinta cea mai mica valoare pe fiecare coloana pentru masurile de acuratete a prognozei si cea mai mare valoare pentru statistica SR

Tabelul 4

Testul Diebold-Mariano de prognoza out-of-sample

	RMSE	MAE
Orizont de prognoza 1 luna		
ARMA	0.133	0.476*
Orizont de prognoza 1 luna		
ARMA	0.808	0.738
Orizont de prognoza 3 luni		
ARMA	0.780	0.733
Orizont de prognoza 4 luni		
ARMA	0.749	0.723
Orizont de prognoza 5 luni		
ARMA	0.700	0.779
Orizont de prognoza 6 luni		
ARMA	0.748	0.791

Nota: DM sunt p-valorile pentru testul Diebold-Mariano (1995) cand modelele de referinta sunt RW mers-la-intamplare. Pentru fiecare test se considra Functia de cost MAE si MSE. P-valori mai mici sau egale cu 0.005 semnifica ca modelul de referinta da o eroare de prognoza mai mica relativ la modelul comparat cu nivel de semnificatie de 5%. Valori mai mari mari sau egale cu 0.95 indica modelul de referinta produce erori de prognoza mai mari la 5% nivel de semnificatie.