



ASUPRA POSIBILITĂȚII UTILIZĂRII UNUI MODEL DE OPTIMIZARE PENTRU OBȚINEREA SUSTENABILITĂȚII

dr. Emil DINGA*

Rezumat

Paradigma optimalității în dezvoltarea economică sau socială și-a demonstrat caracterul inadecvat și, în consecință, trebuie înlocuită cu paradigma sustenabilității. În acest context, studiul are drept scop propunerea unor proceduri și instrumente prin intermediul cărora să se obțină un portofoliu sustenabil de investiții financiare (deși este, încă, folosit un model de tip Lagrange). Principala valoare adăugată de natură conceptuală a studiului este aceea a mărcii de sustenabilitate a țintei de investiție financiară. În acest cadru, după obținerea soluției sustenabile a modelului, sunt realizate trei analize calitative, cu scopul de a obține semnificația modelului propus: a) impactul variației bugetului pentru un portofoliu sustenabil de investiții financiare; b) impactul variației costului de oportunitate al portofoliului sustenabil de investiții financiare; c) impactul variației mărcii de sustenabilitate.

* Prof. univ. dr., director general adjunct al Institutului Bancar Român, cercetător științific gradul I la Centrul de Cercetări Financiare și Monetare – „Victor Slăvescu”, ACADEMIA ROMÂNĂ.

Abstract

The optimality paradigm of the economic or social development proved to be inappropriate and, consequently, must be replaced by the sustainability paradigm. In such a context, the paper is aimed at to propose some procedures and instruments to reach a sustainable portfolio of financial investment (although a Lagrange model is still used). The main conceptual added value of the paper is the sustainability label of the financial investment target. In this framework, after the derivation of the sustainable solution, three qualitative analyses are performed, in order to get the significance of the proposed model: a) the impact of the variation of the budget for the sustainable portfolio of the financial investments; b) the impact of the variation of the opportunity cost of the investment portfolio; c) the impact of the variation of the sustainability label.

Cuvinte cheie: sustenabilitate, portofoliu financiar, multiplicator Lagrange, curbă de indiferență, cost de oportunitate.

Cod JEL: G11, O16, P34.

1. Modelul general

Ne vom referi la posibilitatea construirii unui portofoliu sustenabil de plasament financiar (mai exact spus, de construire a unui portofoliu sustenabil de active financiare).

- Notatii:
 - x_i : „cantitatea” din activul financiar sustenabil „i” care intră în portofoliul sustenabil „optimal”
 - t_i : costul de oportunitate a destinației sustenabile de plasament financiar „i” în cadrul portofoliului sustenabil de plasament financiar¹
 - m_i : marca de sustenabilitate a destinației sustenabile de plasament financiar „i”
 - B: bugetul alocat (exogen) pentru construirea portofoliului sustenabil de active financiare
 - PS: portofoliul sustenabil de active financiare

¹ Acest cost are semnificația unui cost de tranzacție.

○ M : marca de sustenabilitate a portofoliului sustenabil de active financiare²

○ λ : multiplicatorul Lagrange al sustenabilității portofoliului de active financiare³

▪ Relații formale:

○ Restricția modelului de optimizare: $B = \sum_{i=1}^6 x_i \cdot t_i$

○ Funcția-obiectiv⁴:

$$PS = M(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = \frac{\prod_{i=1}^6 (m_i \cdot x_i)}{\sum_{i=1}^6 (m_i \cdot x_i)}$$

○ Funcția de optimizare (Lagrange) va avea următoarea formă analitică:

$$L = M(m_1 \cdot x_1, m_2 \cdot x_2, m_3 \cdot x_3, m_4 \cdot x_4, m_5 \cdot x_5, m_6 \cdot x_6) + \lambda \cdot \left[B - \sum_{i=1}^6 (x_i \cdot t_i) \right] \rightarrow \max$$

▪ Semnificația economică a multiplicatorului Lagrange:

○ Condițiile de maximizare: $\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0$ pentru $(\forall) i \in \{1,6\}$, deci:

$$m_i \cdot \mu_i = \lambda \cdot t_i, (\forall) i \in \{1,6\}$$

unde $\mu_i = \frac{\partial M}{\partial x_i}$, adică este marca marginală de sustenabilitate a

portofoliului de active financiare.

○ Cum, evident, pentru t_i dat, $dB = \sum_{i=1}^6 (dx_i \cdot t_i)$, rezultă că o

variație a mărcii de sustenabilitate a portofoliului de active financiare, dPS se va scrie ca:

² Care, conform convenției acceptate mai sus, va fi maximizată.

³ Multiplicatorul Lagrange arată cu câte unități se va modifica valoarea mărcii de sustenabilitate a portofoliului de active financiare atunci când bugetul alocat pentru constituirea portofoliului sustenabil de active financiare se modifică cu o unitate.

⁴ Se poate demonstra cu ușurință că o asemenea funcție este descrescătoare și convexă (adică are matricea hessian pozitiv definită). Aceste caracteristici matematice descriu ipotezele calitative cu privire la o hipersuprafață de indiferență.

$$dM = \sum_{i=1}^6 (m_i \cdot \mu_i \cdot dx_i)$$

o Cum $m_i \cdot \mu_i = \lambda \cdot t_i$, obținem:

$$dM = \sum_{i=1}^6 (m_i \cdot \mu_i \cdot dx_i) = \lambda \cdot \sum_{i=1}^6 (dx_i \cdot t_i) = \lambda \cdot dB$$

de unde rezultă semnificația lui λ : $\lambda = \frac{dM}{dB}$

- Soluția optimă a modelului:
 - o este dată de punctul de tangență dintre hipersuprafața bugetului (o hipersuprafață concavă) și hipersuprafața portofoliului sustenabil de active financiare (o hipersuprafață convexă)
 - o sistemul de ecuații care va conduce la soluția optimă este:

$$\begin{cases} dM = 0 \\ B = \sum_{i=1}^6 x_i \cdot t_i \end{cases} \text{ adică: } \begin{cases} \sum_{i=1}^6 m_i \cdot \mu_i \cdot dx_i = 0 \\ B = \sum_{i=1}^6 x_i \cdot t_i \end{cases}$$

dacă diferențiem complet a doua ecuație (reținem faptul că B este dat, deci este asimilabil unei constante), obținem:

$$\sum_{i=1}^6 (t_i \cdot dx_i) = 0, \text{ de unde: } \frac{dx_j}{dx_i} = -\frac{p_i}{p_j} \text{ pentru } (\forall) i, j \in \{1,6\}, \text{ cu } i \neq j$$

Pe de altă parte, din ecuația hipersuprafeței de indiferență rezultă:

$$\frac{dx_j}{dx_i} = -\frac{m_i \cdot \mu_i}{m_j \cdot \mu_j}, \text{ pentru } (\forall) i, j \in \{1,6\}, \text{ cu } i \neq j$$

Combinând cele două rezultate (de fapt, eliminând, între cele două rezultate expresia $\frac{dx_j}{dx_i}$), obținem condiția matematică a portofoliului sustenabil de active financiare care realizează optimul deciziei în condițiile bugetare date:

$$\frac{m_i \cdot \mu_i}{m_j \cdot \mu_j} = \frac{t_i}{t_j}, \text{ de unde rezultă: } \frac{\mu_i}{\mu_j} = \frac{t_i}{t_j} = \frac{\tilde{t}_{i/j}}{\tilde{m}_{i/j}}, \text{ unde s-au făcut notațiile:}$$

$\tilde{\tau}_{i/j}$: costul relativ de finanțare prin sursele sustenabile de finanțare „i”, respectiv „j”

$\tilde{m}_{i/j}$: marca relativă de sustenabilitate ale surselor sustenabile de finanțare „i”, respectiv „j”

Așadar, se va obține portofoliul sustenabil de active financiare (optim din perspectiva bugetului alocat pentru costurile de intrare a destinațiilor sustenabile de plasament financiar în portofoliul de active financiare) atunci când, pentru toate destinațiile sustenabile de plasament financiar care intră în discuție, se va realiza condiția matematică: *raportul dintre marca marginală de sustenabilitate a portofoliului de active financiare în raport cu oricare două destinații sustenabile de plasament financiar este egal cu raportul dintre prețul relativ de oportunitate și marca relativă de sustenabilitate a celor două destinații sustenabile de plasament financiar în cauză.*

Dacă notăm $m_i \cdot \mu_i = \bar{\mu}_i$, unde $\bar{\mu}_i$, pe care-l numim marcă marginală ajustată de sustenabilitate, și considerăm că reprezintă marca marginală de sustenabilitate a portofoliului sustenabil de active financiare în raport cu destinația sustenabilă de plasament financiar „i”, corectată multiplicativ cu marca de sustenabilitate a destinației sustenabile de plasament financiar „i”, atunci putem face câteva precizări, după cum urmează:

a. raportul dintre două mărci marginale ajustate de sustenabilitate a portofoliului de active financiare (mărci marginale de sustenabilitate determinate în raport cu două destinații sustenabile de plasament financiar oarecare) reprezintă chiar rata marginală de substituție dintre cele două destinații sustenabile de plasament financiar, așa încât marca de sustenabilitate a portofoliului sustenabil de active financiare să nu se modifice (cu alte cuvinte, așa încât decizia de formare a portofoliului sustenabil de active financiare să rămână pe hipersuprafața de sustenabilitate);

b. deși mărcile de sustenabilitate aferente fiecărei destinații sustenabile de plasament financiar au fost considerate constante, ele se pot modifica datorită modificărilor structurii financiare a pieței; în consecință, modelul poate fi complicat, mai ales pentru cazurile de prognoză, considerând că mărcile de sustenabilitate ale destinațiilor sustenabile de plasament financiar sunt, la rândul lor, variabile. Același raționament poate fi făcut și pentru costurile de oportunitate ale destinațiilor sustenabile de

plasament financiar, susceptibile să intre în construcția portofoliului sustenabil de active financiare.

2. O evaluare calitativă

Pentru a observa impactul caracterului variabil al bugetului, al costurilor de oportunitate ale destinațiilor sustenabile de plasament financiar în portofoliul sustenabil de active financiare precum și al mărcii de sustenabilitate a destinațiilor sustenabile de plasament financiar, vom realiza o analiză pentru două destinații de plasament financiar oarecare, date, „i”, respectiv „j”, având costurile de oportunitate „ t_i ”, respectiv „ t_j ”, mărcile de sustenabilitate „ m_i ”, respectiv „ m_j ” și bugetul B.

a) Variația bugetului (B) alocat pentru construirea portofoliului sustenabil de active financiare

Vom presupune că bugetul B este variabil iar costurile de oportunitate ale destinațiilor sustenabile de plasament financiar, respectiv mărcile de sustenabilitate ale acestor destinații de plasament financiar rămân constante.

Ecuția bugetului inițial va fi: $B = x_i \cdot t_i + x_j \cdot t_j$, de unde:

$$x_j = -\frac{t_i}{t_j} \cdot x_i + \frac{B}{t_j}$$

va fi o dreaptă cu pantă negativă (de mărime t_i/t_j) și cu termen liber B/t_j .

Curba de indiferență a mărcii de sustenabilitate a portofoliului sustenabil de active financiare va fi descrescătoare și convexă.

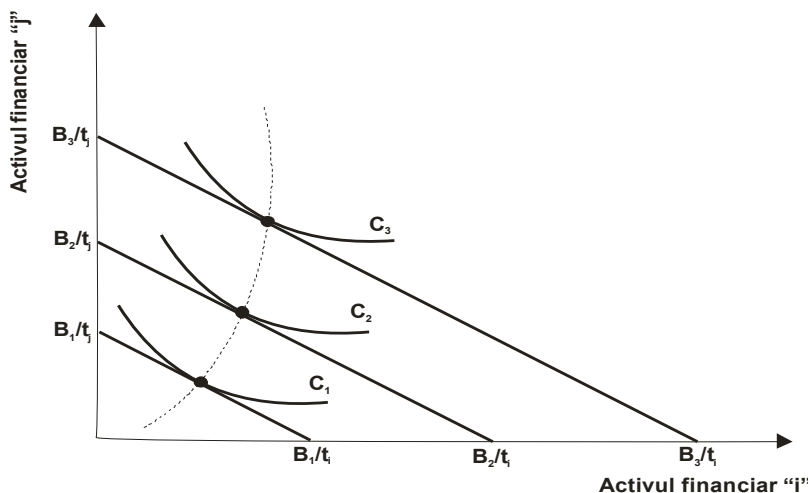
Optimul portofoliului sustenabil de active financiare se va obține în toate punctele de tangență dintre dreapta bugetului variabil și diferitele curbe de indiferență (paralele între ele⁵). Unind toate aceste puncte de optim obținem traiectoria portofoliului sustenabil de active financiare, pentru diferite valori

⁵ După cum se poate cu ușurință demonstra, două curbe de indiferență nu se pot niciodată intersecta. Cum ne aflăm în spațiul euclidian, rezultă că oricare două curbe de indiferență sunt paralele între ele (De notat, totuși, caracterul excesiv de simplificator al acestei ipoteze, deoarece dinamica neliniară a mărcilor de sustenabilitate în raport cu parametrii activelor financiare atrage ipoteza unui spațiu non-euclidian – deci, spațiul economic și, mai ales, spațiul financiar, este un spațiu non-euclidian. Ignorăm, pentru moment, aceste dificultăți, dar ele vor fi tratate complet în cazul elaborării tezei de doctorat).

date ale bugetului de construire a portofoliului sustenabil de plasament financiar. Expresia grafică a acestor rezultate este dată în *Figura 1*:

Figura nr. 1

Traectoria portofoliului sustenabil de plasament financiar, la buget variabil



b) Variația costului de oportunitate (t) al destinațiilor sustenabile de plasament financiar

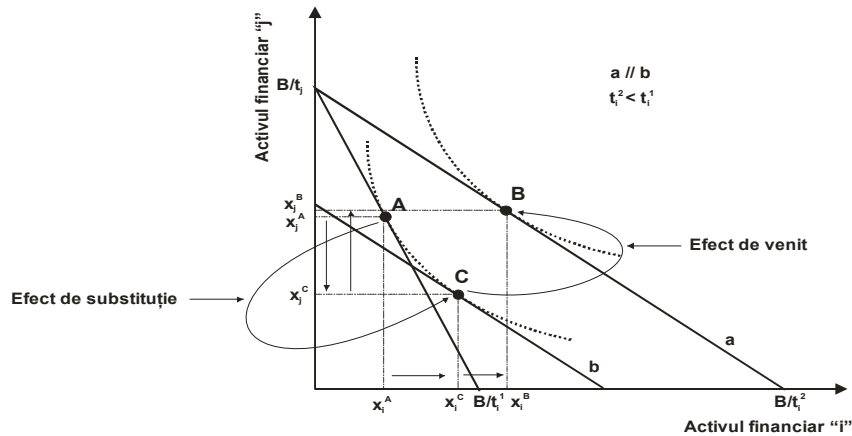
Dacă vom presupune date mărimea bugetului, respectiv nivelurile mărcilor de sustenabilitate ale destinațiilor sustenabile de plasament financiar și vom considera că avem variații ale costurilor de oportunitate ale destinațiilor sustenabile de plasament financiar care vor intra în portofoliul sustenabil de active financiare, atunci obținem cele două cunoscute efecte, efectul de venit, respectiv efectul de substituție. Pentru simplificarea reprezentării grafice a celor efecte menționate, vom presupune (fără a afecta generalitatea demonstrației) că costul de oportunitate al destinației sustenabile de plasament financiar „j” rămâne constant (adică $t_j = \text{constant}$) și că variază doar costul de oportunitate al celeilalte destinații sustenabile de plasament financiar „i”, adică t_i (de ex., vom presupune că acest cost scade⁶).

⁶ Evident, un raționament similar este posibil și pentru cazul în care acest cost de oportunitate crește.

Ținând seama de ecuația bugetului de construire a portofoliului sustenabil de active financiare, $x_j = -\frac{t_i}{t_j} \cdot x_i + \frac{B}{t_j}$, rezultă că, pentru B constant și t_j constant, termenul liber al dreptei bugetului va rămâne fixat. Ceea ce se schimbă este panta dreptei bugetului (adică raportul t_i/t_j). Pentru a menține panta bugetului inițial se construiește o linie de buget paralelă cu linia inițială de buget (ceea ce semnifică revenirea la costul de oportunitate relativ inițial de plasament financiar pe cele două destinații sustenabile) și tangentă la curba de indiferență inițială. Pe baza acestor construcții, pot fi identificate cele două efecte remarcabile ale variației costului de oportunitate al destinației sustenabile de plasament financiar „i” și anume efectul de substituție, respectiv efectul de venit (Figura 2):

Figura nr. 2.

Efectul de venit și efectul de substituție la scăderea costului de oportunitate al plasamentului financiar sustenabil „i”



c) Variația mărcii de sustenabilitate (m) a destinației sustenabile de plasament financiar

Dacă până acum am avut modificări la nivelul bugetului alocat construirii portofoliului sustenabil de active financiare (fie prin variația directă a mărimii bugetului, fie prin variația pantei acestuia, ca urmare a variației

costurilor de oportunitate ale destinațiilor sustenabile de plasament financiar), de data aceasta avem modificări la nivelul curbei de indiferență.

Să reluăm relația care descrie curba de indiferență în cazul a două destinații sustenabile de plasament financiar, „i” și „j”:

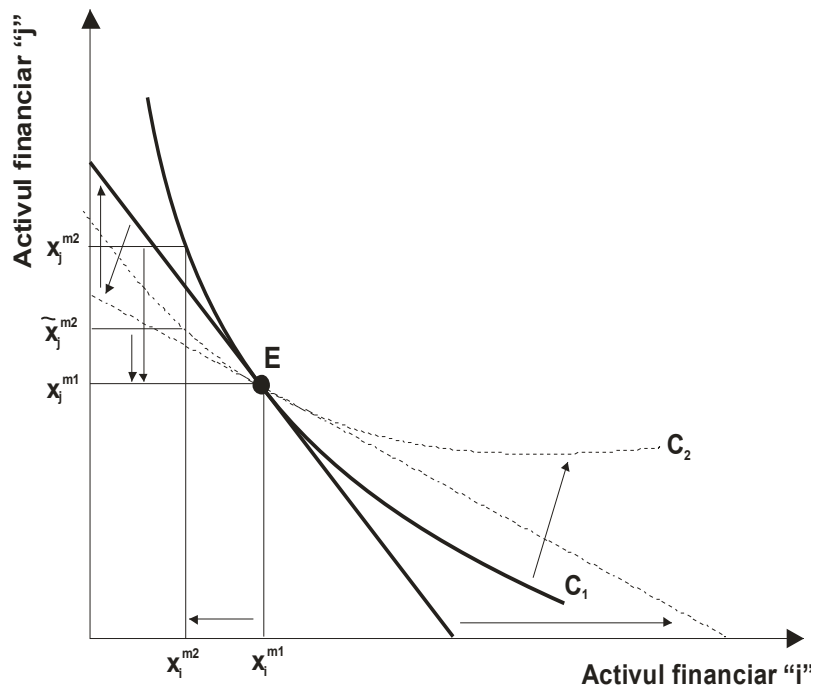
$$\frac{\mu_i}{\mu_j} = \frac{\frac{t_i}{t_j}}{\frac{m_i}{m_j}} = \frac{\tilde{t}_{i/j}}{\tilde{m}_{i/j}}. \text{ Dacă vom presupune că marca relativă de}$$

sustenabilitate a celor două destinații sustenabile de plasament financiar scade, adică $m_i^2 < m_i^1$, iar $m_j^2 \geq m_j^1$, atunci rezultă că rata marginală de substituție dintre cele două destinații sustenabile de plasament financiar scade. Aceasta înseamnă că, pentru o aceeași scădere a „cantității” din destinația sustenabilă de plasament financiar „i” va fi nevoie de o creștere mai mică (decât în momentul inițial) a creșterii „cantității” din destinația sustenabilă de plasament financiar „j” așa încât marca de sustenabilitate a portofoliului sustenabil de active financiare să se conserve.

Din punct de vedere grafic, această situație este redată în *Figura 3*:

Figura nr.3

Efectul variației mărcii relative de sustenabilitate a destinației sustenabile de plasament financiar „i”, respectiv „j”



Se observă faptul că variația mărcii relative de sustenabilitate a destinației sustenabile de plasament financiar „i”, respectiv „j” este echivalentă cu variația simultană a costurilor de oportunitate⁷ a plasamentului financiar pe cele două destinații avute în vedere. Acest rezultat este foarte important, deoarece permite un comportament de neutralitate din partea decidentului interesat în construirea portofoliului sustenabil de active financiare: dacă

⁷ De remarcat faptul că, din punct de vedere logic, alegerea costului de oportunitate este echivalentă cu alegerea coeficientului de fructificare a achiziției de active financiare.

evaluarea mărcilor de sustenabilitate se modifică, el poate contracara acest lucru prin negocierea unei variații corespunzătoare a coeficientului de fructificare a achiziției celor două destinații de plasament financiar⁸.

⁸ *Convingerea noastră este că, dacă s-ar dezvolta până la ultimele consecințe această concluzie este posibil să se ajungă la un rezultat de neutralitate absolut similar celui obținut de Miller-Modigliani (laureați ai premiului Nobel pentru economie) și, foarte interesant, tot cu privire la scheme de finanțare dar, de data aceasta, pe o paradigmă superioară celei avute în vedere de către cei doi și anume pe paradigma sustenabilității (cei doi au avut în vedere paradigma optimalității).*